

I-24

渦励振の数学的モデルについて

九州産業大学工学部 正員 吉村 健, 学生員[○]坂田 正二
学生員 小川富士夫, 学生員 森下 正浩

① まえがき 斜張橋では、低風速域で生じる鉛直曲げモードの渦励振を生じ、耐風設計でしばしば問題となる。この種の励振は、主桁の上下面に生じる前縁剝離渦に起因するフラッタであり、物体の後流に形成されるカルマン渦に起因するカルマン渦励振と区別される。本研究では、カルマン渦励振と前縁剝離渦励振における流体系をブラッボックスと見なし、流体系を多自由度自励振動系に置換する。そして、この流体振動系と物体振動系との連成フラッタとして、これらの励振の発生を説明するのとを試みる。

② 前縁剝離渦励振の発生のメカニズム¹⁾ 斜張橋の主桁に生じる前縁剝離渦励振は、扁平な矩形やH型断面柱に生じる渦励振と同じ発生メカニズムのフラッタである。そのメカニズムの概要を記すと次のようである。図-1の(a)は、扁平な矩形断面柱のフラッタ実験結果の概略図であり、低風速域で2つのピークのある限定的振動を生じることとを示す。オ1とオ2の発振は、それぞれ、図-(b)に示すように、弦長 d を2枚長および1枚長とする前縁剝離渦と物体との共振風速付近から発生する(図-(a)の f_1 と f_2 は、それぞれ渦と物体の振動数)。図-(c)に示すように、凹みの下流に鋭いエッジがある場合、剝離せし断面は発振する。その渦の枚数は凹みの幅 d を1枚長($n=1, 2, \dots$)とするものである。図-(b)の渦は図-(c)の渦と本質的に同じものであると中村らは述べている¹⁾。

③ 渦励振における矩形断面柱の非定常揚力特性 図-2の(a)~(c)は、それぞれ1:1, 1:2, 1:4の矩形断面柱のフラッタ実験結果である²⁾。ただし、横軸は無次元風速 $\bar{V} = \frac{V}{V_{cr}}$ 、縦軸は無次元振動振幅 $\eta = \frac{y}{d}$ である。図-3は種々の断面比の矩形断面柱について岡島が求めたストローハル数 $St = f \cdot d / V$ である³⁾。図-2の共振風速から求めた $St = d / V_{cr}$ を図中に■印で示す。また図-2の(b)(c)のオ1の発振風速域を図中にIで示す。図より次のように考えられる。① 1:1の励振と1:2のオ2の発振は、カルマン渦分岐上の渦との共振現象。② 1:2のオ1の発振と1:4のオ2の発振は、 $n=1$ の前

縁剝離渦分岐上の渦との共振現象。③ 1:4のオ1の発振は $n=2$ の分岐上の渦との共振現象。

図-4の(a)~(c)は、1:1, 1:2, 1:4の矩形断面柱の非定常揚力の測定結果であり、物体変位に対する非定常揚力の位相差を縦軸にとり図示されている²⁾。上記の①~③のことから、図-4の位相差急変現象との間に次の関係があることがわかる。① カルマン渦励振では、共振風速付近で位相が約 180° 急変する。② 前縁剝離渦励振では、共振風速付近で位相が 270° 以上急変する。また、図示していないが、これらの共振風速付近で非定常揚力振幅はピークを示す。

④ 流体系の数学的モデル (1) 2自由度系の共振特性 流体系の数学的モデルを考察する資料を得るために、図-5(a)に示す2自由度系の共振特性を調べた。その結果を図-5(b)~(e)に示す。ただし、図-(b)(d)の縦軸は変位 y_1 の振動振幅 y_1 、図-(c)(e)は加振力 $P \sin \omega t$ に対する y_1 の位相差 ϕ である。図-(c)に見るように、一般には2つの共振域で ϕ はそれぞれ 180° 急変する。一方、1次と2次の固有振動数 ω_1 と ω_2 がほぼ同じ値の系では、図-(e)に示すように、 ϕ は共振域で 360° 急変する。

(2) 円柱のカルマン渦励振の数学的モデル⁴⁾ 円柱のカルマン渦励振は、1自由度の自励振動系としての流体系と物体系の連成フラッタとして次式で説明される。

$$\left. \begin{aligned} \text{物体系} ; & \ddot{\eta} + 2\zeta_1 \omega_1 \dot{\eta} + \omega_1^2 \eta = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 C_L \\ \text{流体系} ; & \ddot{C}_L + 2\zeta_2 \omega_2 (1 - \epsilon \dot{C}_L^2) \dot{C}_L + \omega_2^2 C_L = F[\eta] \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad (2)$$

ここに、 ζ_1, ω_1, m はそれぞれ物体系の減衰定数、固有円振動数、質量であり、 C_L, ζ_2, ω_2 はそれぞれ流体系の振動変位(非定常揚力係数)、減衰定数、カルマン渦の放出円振動数、 ρ は流体密度である。式①と式②の右辺が連成してフラッタを生じるのであるが、 η に対する C_L の位相差が共振風速付近で約 180° 急変すること等の現象がうまく説明される数学的モデルとしてよく知られている。

(3) 前縁剝離渦励振の数学的モデル 前縁剝離渦の

発振は、カルマン渦の発生と同様に、流体系の自励振動現象である。また、図-4(b)(c)に示したように、前縁剝離渦発振の共振風速付近では非定常揚力の位相が 270° 以上に急変する。これらのことから数学的モデルで表現するには、図-5(d)(e)の2自由度系の応答と式②が参考となる。ここでは1:2の矩形断面柱を例にとり、数学的モデルを示そう。

まず、オウの発振はカルマン渦励振であるから、円柱に關する式②を矩形断面柱の渦励振・ギャロピングに適用した中村らの研究成果⁵⁾を用いる。次に、オ1の発振は前縁剝離渦励振であるから、図-5(d)(e)の系に式②と同様の非線型負減衰項を導入した2自由度自

励振動系を用いる。得られたモデルは図-6に示すとおりであって、流体系は物体系から加振力 η でゆすられ、一方、物体系は流体系から加振力 $C_{L1}+C_{L3}$ で加振される。 $C_{L1}+C_{L3}$ の η に対する位相差の計算結果を図-4(b)に太い実線で示した。実験値と計算値とは、比較的良く一致している。

5) おまけ カルマン渦励振と前縁剝離渦励振の数学的モデルを提案し、1:2矩形柱に適用したところ、ほぼ満足できる結果が得られた。

謝辞 本研究を行なうにあたり、中村泰治九大教授に貴重な助言をいただいたことを記し、謝意を示します。

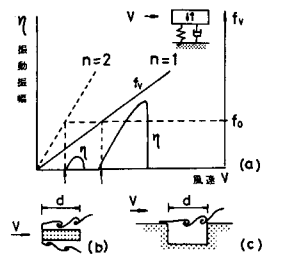


図-1

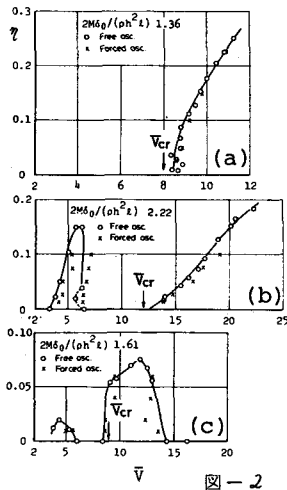


図-2

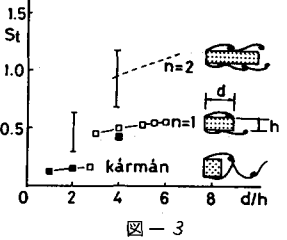


図-3

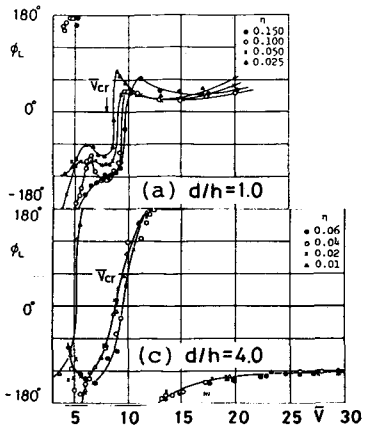


図-4

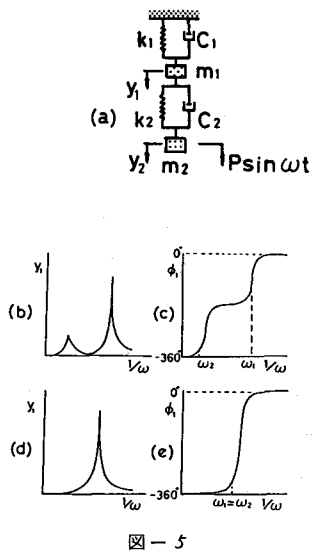


図-5

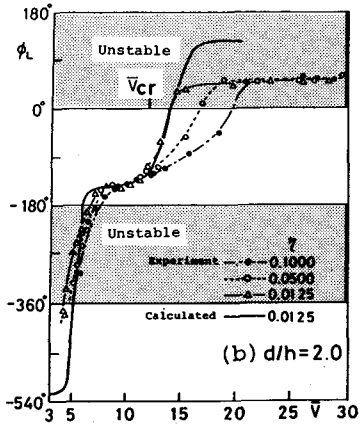


図-6

参考文献

- 1) 中村他; 九大忘力研所報 59号, S.58.
- 2) Nakamura & Mizota; J.E.M. Div., Proc. ASCE, Vol.101, No.EM6, 1985.
- 3) 岡島; 日本風工学誌, 17号, S.58.
- 4) 中村; 振動便覧, 土木学会編(発行中)
- 5) 中村他; 第4回土木学会年次講演会, S.54.