

I-22

マイコンによる構造物の多元連立方程式の解法(その1)

九州学院大学 工学部 正員 塚本 正文

1 まえがき

最近マイコンの普及はめざましく、その簡便さから構造工学の解析にもさかんに行われている。わが国が取り扱う構造解析の多元連立方程式の左辺係数(構造物の性状係数)のマトリックスはそのほとんどが対角線項に対して対称型である。この連立方程式をマイコンを利用して解く場合、中、大型のコンピュータを利用する時と異なりメモリーと演算速度について特別の配慮が必要である。著者は左辺係数の対称性を利用してメモリーの節約と種々の解法によるプログラムの演算速度を比較してみたのが本報と本文で報告する。これらのプログラムはすべて著者が作製したものである。

2 左辺係数の処理と解法

著者はまず、メモリーを節約するために左辺係数のマトリックスを対角線項(対称軸)から上、下は下半分の要素だけの1次元配列として図-1と、左辺係数は0要素が多いので非0要素だけをとり出してバンド中を保持する2次元配列のバンドマトリックスの図-2の解析プログラムを考えた。

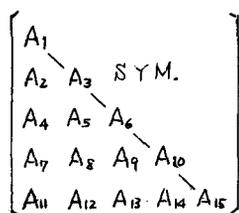


図-1

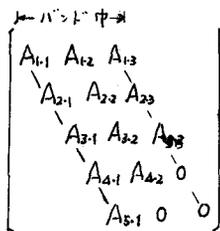


図-2

図-1では、N元の場合要素数は $N(N+1)/2$ 、図-2ではバンド中をBとすると $N \cdot B$ となる。したがって図-1では配列データのメモリー節約は $N(N-1)/2$ 、図-2では要素番号註記のための配列 $N \cdot B$ をもち $N^2 - 2N \cdot B$ となる。

著者が作製した数多くのプログラム中本報告では、図-1の1次元配列の連立方程式を 1 ガウスの消去法 2 逆マトリックス法 3 共役共役法 4 コレスキー法

図-2のバンドマトリックス法で表わされる連立方程式を 1 ガウスの消去法 2 ガウス・ザイデルの逐次近似法を用いた。プログラミングに際しては1つの構造物に対し、この構造物の種々の荷重状態の解析結果

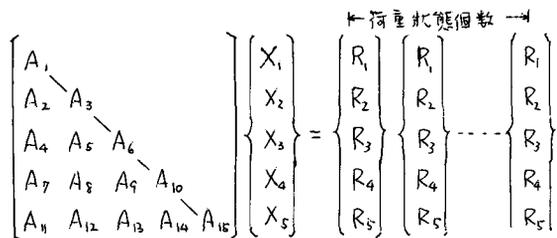


図-3

と得る目的で左辺係数の処理演算と右辺ベクトルの演算を分離する左右分離型のものを作製するようになり、図-3の場合がそれである。また、1度左辺係数処理すれば、荷重状態の数だけ右辺の数値をインプットすればよい。

使用機種はPC-8800(8ビット)とPC-9800(16ビット)である。

3 演算速度と結果

上記2機種を用い、20元の連立方程式を荷重状態1つの場合の演算所要時間とデータインプット後のTIM Eを用いて出力させた結果は次表のとおりである。

プログラム名	使用機種	左辺係数処理	右辺演算	計
ガウス消去法	PC-8800	1'06"	17"	1'23"
逆マトリックス法	PC-8800	4'	37"	4'37"
共役こう配法	PC-8800			7'50"
コレスキー法	PC-8800			1'18"
バンドマトリックス				
ガウス消去法	PC-9800	3"	1'10"	1'13"
ガウス・ガイドル法	PC-9800	0"	7'44"	7'44"

演算速度の比較から見ればコレスキー法、最も普遍的なガウス消去法が優れていることを確認した。
以下各算法のプログラミングに付いて著者の見解を述べる。

- 1 ガウス消去法 最も簡単な手軽なプログラミングができる。万人に推奨されるプログラムである。
- 2 逆マトリックス法 逆マトリックスそのものが行列係数であり、このマトリックスを処理せざる場合は是非作製をよかかわらざるを得ない。左右分離型の最典型的なプログラムである。しかし左辺係数の処理の手続きとその演算時間の長いことを覚悟せねばならぬ。特に大次元の場合は計算精度を考えた倍精度演算が望ましい。
- 3 共役こう配法 逐次近似法の1つであり、理論的にN個の連立方程式はN回のループ演算で扱える筈であるが、実際は計算途中の丸めの誤差が入って収束しない。2N回以上のループのプログラムにせざるを得ない。しかも長い演算時間を要する。
- 4 コレスキー法 平方根演算がはかりプログラムと比べてより難しく思われるが利用して見るとガウス消去法と同様便利である。
- 5 バンドマトリックス法によるガウス消去法 手軽な多小の面倒さがあるが、メモリー節約、演算速度の両方から見て有利な方法である。
- 6 バンドマトリックス法によるガウス・ガイドル法 ガウス・ガイドルの逐次近似法と特別留意せねばならぬのは、対角線理の要素がその行の他の要素にくらべておぼろげに大きい場合にだけ収束がよいことで、あつくととも2倍以上の大きさのときだけ利用するようになる。それ以外に収束がよくなる、時と場合で判断するのを要する。

著者が作製したプログラムの大きさを行数で表わすと次表のとおり、かつ小も100行以内にあつてはいる。

プログラム名	メイン	サブ	計
ガウス消去法	55	28	83
逆マトリックス法	42	64	106
共役こう配法	43	43	86
コレスキー法	41	73	114
バンドマトリックス			
ガウス消去法	53	40	93
ガウス・ガイドル法	57	38	95

解の計算精度は、解と原式に代入して残差を決定する際のプログラムの準備に確かめたと同じくプログラムの十分な精度を得るとかである。

4 使用メモリー

入力の枚数は未使用メモリーのコマンド(例えばFRE)を持つているのでプログラム実行後未使用容量を出力させて、そのプログラムの使用メモリーを確認するとかができる。プログラムのメモリーは方程式の元数に支配されることにもちろんである。

5 おわりに

構造物解析の多元連立方程式の左辺係数は対角線理に対して対称型が殆んどであるので本文で示したように、対角線理の上、または下半分を利用してプログラミングし、かつ演算速度の早いものを選択するといふ。

参考文献 FORTRAN数値計算ハンドブック(オーム社) 数値解析とFORTRAN(丸善)

数値計算工務設計(新谷 朝倉書店) 共役こう配法(アリ 教育出版) その他