

I-17

結合解析による薄肉ばりの非線形解析について

熊本大学工学部 正 員 山 尾 敏 孝

熊本大学工学部 学生員。岩 上 恵 一

熊本大学工学部 宮 田 英 樹

熊本大学工学部 正 員 崎 元 達 郎

1 まえがき: 近年、鋼構造物の薄肉軽量化・長大化に伴い、圧縮薄肉部材の連成座屈強度が問題になってきている。特に溶接集成の薄肉部材では、溶接による残留応力や初期たわみなどの初期不整が部材の非弾性挙動や耐荷力等に及ぼす影響は大きく、これらを考慮して解析を行う必要がある。そこで著者は、構造物全体の解析手法として棒要素と板要素の有限要素法を結合した解析法を提案し、平面応力問題や、立体薄肉構造の弾性問題に適用してその有用性を示してきた。本報告は、この解析法を、初期不整を考慮した幾何学的・材料学的非線形性も同時に考慮できる解析法に拡張して、薄肉鋼構造物の非線形挙動や耐荷力の解析を試みたものである。

棒要素は文献3)に示す薄肉開断面部材の有限変位弾塑性解析法を用い、板要素については、文献4,5)で用いられている、薄板の有限変位弾塑性解析法を採用し両者の結合を計った。以下、解析仮定、接線剛性マトリックスの誘導及び不釣り合い力の算定方法について概略を述べる。

2 仮定: 主なものとして材料については、(i)完全弾塑性体かつ等方性、(ii) von Mises の降伏条件式が成立し、塑性域では Prandtl-Reuss の応力-ひずみ式が成立する。板要素は、(iii)変形後も任意の横断面は板の中央面に垂直である。(iv)初期たわみを有する板を、平面三角形要素の折板構造で近似し、残留応力は任意節点に外力を加えて各節点不釣り合い力を消去することにより導入する。(v)板厚方向への塑性域の伸びを考慮して板厚方向に層割りを(図1)、各層内で応力、面内剛性は直線分布とする。また棒要素は、(vi)薄肉矩形板で構成され、曲げひずみは平面保持が成立、(vii)断面のそりは板厚中心のそりで表わす。(viii)曲げによるせん断力は無視する。(ix)断面が一部塑性化した後も、St. Venant のねじりによるせん断ひずみは板厚方向に直線分布する。

3 接線剛性マトリックスの誘導: 板要素については、図2に示すように各有限要素の局所座標系 (x, y, z) 、及び全体座標系 (X, Y, Z) を設定する。変形状態 i での板の中央面でのひずみ増分 $\Delta \epsilon_0$ は x, y, z 方向の節点変位増分で表わされるので、曲率の増分を $\Delta \kappa$ とし、板要素を $x-z$ 平面にのる平面三角形要素で近似すれば、板要素の任意点のひずみ増分ベクトル $\Delta \epsilon$ および応力増分ベクトル $\Delta \sigma$ は、板の面内剛性マトリックスを D とするとそれぞれ次式で表わされる。

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon_0 - y \Delta \kappa \quad (1) \quad \Delta \sigma = D \Delta \epsilon \quad (2)$$

ここに、 D は、弾性の場合 D_e 、弾塑性時には D_{ep} で表わされる⁴⁾。今、 i 状態から $i+1$ 状態に変形する時の節点力増分を ΔP とし、節点変位増分を ΔU とすれば、全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件により次の増分釣合式が求まる。

$$\begin{bmatrix} k_{mm} & k_{mb} \\ k_{bm} & k_{bb} + k_g \end{bmatrix} \cdot \Delta U = k \cdot \Delta U = \Delta P + (P - f) \quad (3)$$

ただし、 k_m は板の面内成分、 k_b は面外曲げ成分を表わす。つまりこの k が板要素の接線剛性マトリックスであり、 k_g が幾何学的剛性マトリックスである。 k_{mb}, k_{bm} は、弾性では0であるが、塑性域に入ると D の値が板厚方向に直線分布しないため0とならない。 $(P-f)$ は外荷重 P と真の節点力 f の差、つまり不釣り合い力である。

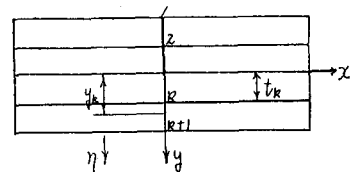


図1 層割り

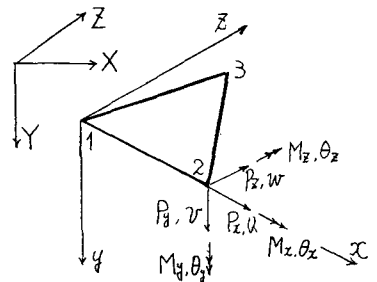


図2 板要素の座標系

棒要素については、図3に示すように、全体座標系(X,Y,Z)をとり、変形状態 i の構造部材上に局所座標系(x,y,z)をとり、これから次の $i+1$ の状態のひずみ増分を求める。後は板要素の場合と同様に全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件により、節点外力増分 ΔP と節点変位増分 ΔU の増分釣合い式が得られる³⁾。

$$(k_{ep} + k_{eg}) \cdot \Delta U = \Delta P + (P - f) \quad (4)$$

この時の $(k_{ep} + k_{eg})$ が棒要素の接線剛性マトリックスとなる。なお k_{ep} は弾塑性剛性マトリックスであり、 k_{eg} は幾何学的剛性マトリックスである。また $(P - f)$ は不釣り合い力である。さらに式(3)、(4)を座標変換マトリックスにより全体座標系に変換し、これを全要素について集成すれば全体座標系での増分釣合い式が得られる。変形状態 i での増分釣合い式は、図4の記号を使って表わすと次式となる。

$$K_i \cdot \Delta U_i = \Delta P + (P_{ni} - F_i) \quad (5)$$

4. 不釣り合い力：図4は、荷重 P と変位 U の関係を示したものであるが、変形状態 i での真の節点力 F_i を求めるに際しては、見かけ上のひずみの反転が計算に入りこまないようするため、増分ひずみは常に平衡状態 M から計算する必要がある。そこで平衡状態 M から出発して変形状態 i での増分応力は、 i までの剛体変位を除去した増分変位から求まる。従って、平衡状態 M での真の節点力にこの増分応力を加えて全体座標系に変換し全要素について集成することにより変形状態 i における真の節点力 F_i を求めることができる。そして、外荷重 P_{ni} と真の節点力 F_i の差が不釣り合い力となる。なお結合部での不釣り合い力を算定する場合、図5に示す例で考えると棒要素の節点7では、部材の節点力は応力を断面全体にわたって積分することにより、 $f_i(P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z, P_w)$ が計算される。これに対して板要素では $i-13$ 節点の各々の節点力として計算されることになる。そこで板要素の軸応力及び節点力より部材全体の節点力 f_p を次式により求め、 $(f_p - f_b)$ と外荷重との差を不釣り合い力とする。

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= \sum (\sigma_{xij} \cdot A_{ij}), & \bar{P}_{yi} &= \sum P_{yi}, & \bar{P}_{zi} &= \sum P_{zi} \\ M_{xi} &= \sum M_{xi}, & \bar{M}_{yi} &= \sum (\sigma_{xij} \cdot Z_{ij} \cdot A_{ij}), \\ M_{zi} &= \sum (-\sigma_{xij} \cdot Y_{ij} \cdot A_{ij}), & \bar{M}_{wi} &= \sum (-\sigma_{xij} \cdot Y_{ij} \cdot Z_{ij}) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= 1 \sim N \\ j &= 1 \sim M \end{aligned} \quad (6)$$

ただし σ_{xij} は各細要素の重心の軸応力、 A_{ij} は各細要素の断面積、 Y_{ij}, Z_{ij} は結合点から各細要素の重心までの距離(図5参照)、 N は板要素断面の節点数、 M は板厚方向の細要素数である。

実際に解くには、式(5)の全体の増分釣合い方程式を、文献1)、2)に示すように、結合部において適合条件によりまず結合マトリックスを求め、これを用いて釣合式を多点拘束処理をしておく。そして、与えられた荷重増分に対して修正Newton-Raphson法を用いて解き、不釣り合い力による変位増分と応力増分が収束条件を満足するまで反復計算を行う。収束条件が満足されれば次の荷重段階に移行する。また、次の荷重段階に移行する場合は、誤差の累積防止のため、前段階の不釣り合い力を一掃入れて計算する。

ここでは紙面の都合上数値計算例を示さなかったが、講演当日に発表する予定である。

参考文献 1) 山尾・崎元：西部支部研究発表会講演集，1980.2 2) 山尾他3名：土木学会38回年次講演概要集，1983.9

3) 山尾・崎元・若池：土木学会35回年次講演概要集，1980.9 4) 小松・北田・宮崎：土木学会論文報告集244号，1975.12

5) 吉田・増田・松田：土木学会論文報告集288号，1979.8

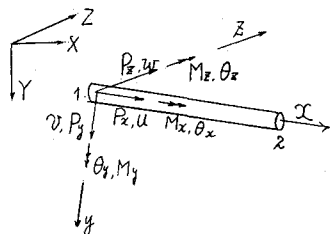


図3 棒要素の座標系

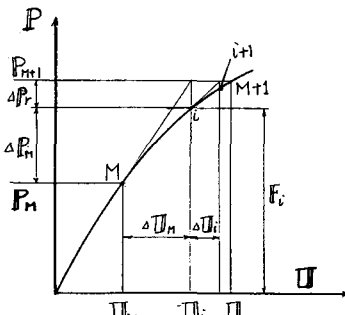


図4 荷重-変位曲線

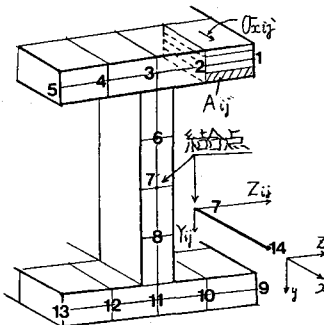


図5 板要素と棒要素の結合点