

I-6

補剛フレームを有する薄肉開断面曲りばりの断面変形について

九州大学工学部 正会員 彦坂 照

九州大学工学部 学生員 高海克彦

1. はじめに 薄肉の直線ばり及び曲線ばりには断面変形を防ぎ、剛性を確保するためにダイヤフラム、ブレースングや補剛フレームが用いられる。このことを考慮して、薄肉断面ばりは変形後も断面形状は変わらないという、いわゆる断面剛を仮定した薄肉曲げねじり理論によって解析されている。しかし薄肉開断面ばりの中には、断面変形及びそれに伴う付加応力の発生が避けられないものもあり、その場合曲げねじり理論の修正が必要となる。(2) 本研究は、直線ばりよりも断面変形を起こしやすい薄肉開断面曲りばりを対象として、通常の曲げねじり理論のみでは捉えられない断面変形及びそれに伴う付加応力を直接把握し、かつ補剛フレームの効果をも考慮できる解法を提示しようとするものである。

2. 断面変形の発生機構

図1のような円柱座標系 (r, θ, z) と断面の図心を原点とする x, y 座標系を考える。 x, y 軸は各々 R, θ 軸に平行に定め、更に断面の板厚中心線に沿って z 座標を設ける。

図2のような、ばりの微小要素 dx を考える。図中 q_θ と q_ϕ は薄肉曲りばりの曲げねじり理論により既知の直応力とせん断応力である。 P_θ, P_ϕ は板要素単位面積当りに働く外力の接線方向及び法線方向成分、また f_θ, f_ϕ は断面変形を生じさせないために加えられるべき単位面積当りの力の接線及び法線方向成分とする。断面変形が生じるばりには、この f_θ, f_ϕ が作用していないので、法線の x 軸となす角を β として、微小要素の力のつりあいから得られる

$$\left. \begin{aligned} -f_\theta &= P_\theta + \frac{q_\theta x}{R} \sin \beta + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} q_\phi \\ -f_\phi &= P_\phi - \frac{q_\phi x}{R} \cos \beta \end{aligned} \right\} (1)$$

を外力としてばりに与え、ばり断面の垂直付加応力 q_θ とそれに伴うせん断応力 q_ϕ 、及び横方向曲げモーメント M を求めることができる。上式中の q_θ の項は $R \rightarrow \infty$ の直線ばりでは消え、曲りばりに大きな断面変形を生じさせる要因と考えられる。

3. 断面変形の定義と自由度

図3のような n 枚の薄板からなる多角形断面ばりを考え、各々の板の接合点を節点0, 1, ..., $n-2$ とすれば、断面変形の自由度は $n-3$ となる。³⁾ なお本論における断面変形は図4のように、板要素 $i+1$ に対して板要素 i が節点 i の回りに反時計方向に回転する相対回転角 θ_i で定義する。

4. 補剛フレームの曲げモーメント

補剛フレームは、図5のように薄肉ばりの軸直角方向に一足間隔 C で配置され、図中のハッチ部の断面をモフレームとして扱う。断面変形に伴い、このフレームには次式で表される曲げモーメント M が生じる。

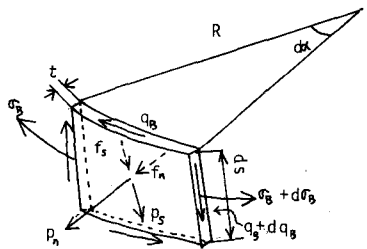
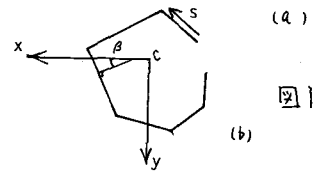
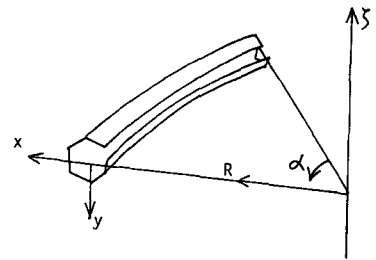


図2

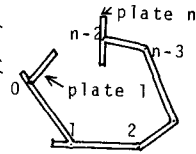


図3

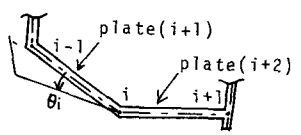


図4

$$M = \sum_{i=1}^{n-3} M_i \theta_i \quad (2)$$

ここに、 M_i は単位の断面変形 $\theta_i=1$ により、ラーメンに生ずる曲げモーメント。

5. 断面変形に伴う曲りばりの軸方向垂直応力

図6のような n 枚の薄板からなる開断面のせん断中心を S 、節点 i の α 座標を α_i とする。断面変形に伴う任意点 P の α 方向変位は、せん断中心の x, y 方向付加剛体変位 $u_s(\alpha), v_s(\alpha)$ と付加ねじり角 $\phi(\alpha)$ と $n-3$ 個の断面変形 $\theta_i(\alpha)$ によって次式で表わされる。

$$\eta = -u_s \sin \beta + v_s \cos \beta + R_S \phi + \sum_{i=1}^{n-3} \theta_i \mu_i \quad (3)$$

ここに、 R_S は点 P の接線とせん断中心 S 及び節点 i から下した垂線の長さ、また

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & \alpha \leq \alpha_i \\ 0 & \alpha > \alpha_i \end{cases} \quad (4)$$

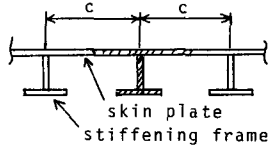


図5

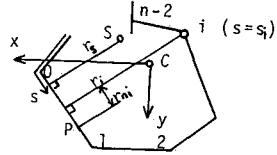


図6

はり軸線の曲率半径をせん断中心 S の R_S で代表させれば点 P の軸方向変位は、薄板中央面のせん断ひずみ無視の仮定から

$$w = w_0 - x \frac{u_s'}{R_S} - y \frac{v_s'}{R_S} + w_n \left(\frac{\phi'}{R_S} - \frac{v_s'}{R_S} \right) + \sum_{i=1}^{n-3} \theta_i \frac{\partial \eta}{\partial R_S} \quad (5)$$

ここに、 w_0 は α の任意関数、 w_n はせん断中心を極とする正規化されたねじりの単位そり関数。また

$$\eta_s = \int_0^\alpha \mu_i R_i d\alpha$$

断面変形に伴う付加応力 σ_0 は、付加ひずみを ϵ_0 、ヤング係数を E として、次式で表わされる。

$$\sigma_0 = E \epsilon_0 = E \left(\frac{\partial w}{\partial \alpha} + u \right) / R_S \quad (6)$$

σ_0 は自己平衡応力であるから

$$\int \sigma_0 dA = 0, \quad \int \sigma_0 x dA = 0, \quad \int \sigma_0 y dA = 0, \quad \int \sigma_0 w_n dA = 0 \quad (7)$$

を満足せねばならない。この条件から断面変形に含まれる剛体変位成分、 w_0, u_s, v_s, ϕ 等が消去され、結局、 σ_0 は次式で表わされることになる。

$$\sigma_0 = E \sum_{i=1}^{n-3} \left(\psi_i(\alpha) \theta_i' / R_S - \psi_i(\alpha) \theta_i / R_S \right) \quad (8)$$

ここに、 ψ_i, ψ_i' は断面変形の単位そり関数

この付加応力を、通常の曲りばり理論による応力に加えることにより、断面変形を生ずる曲りばりの応力を捉えることができる。

6. フリあい方程式

断面変形を起こす外力として式(1)の $-f_s, -f_n$ のみ、断面変形により生ずる内力として、式(4)の M と式(6)の σ_0 のみを考える。補剛フレームの総数を K 、その k 番目の取付位置の α 座標を α_k とすると、任意の仮想変位 $\delta \theta_j (j=1, \dots, n-3)$ に対して仮想変位の原理から、次のような $n-3$ 個のフリあい方程式が得られる。

$$\sum_{j=1}^{n-3} \left\{ \left(\frac{1}{R_S^2} E I_{ij} \theta_j \delta \theta_j'' - \frac{1}{R_S^2} E I_{ij} \theta_j' \delta \theta_j' - \frac{1}{R_S^2} E I_{ij} \theta_j \delta \theta_j'' + \frac{1}{R_S^2} E K_{ij} \theta_j \delta \theta_j \right) R_S d\alpha + \sum_{k=1}^K f_{ij} \theta_j(\alpha_k) \delta \theta_j(\alpha_k) \right\} - R_S \int_0^\alpha (P_j + Q_j) \delta \theta_j(\alpha) d\alpha = 0 \quad (9)$$

ここに、 $I_{ij} = \int \psi_i \psi_j dA$, $I_{ij}' = \int \psi_i' \psi_j' dA$, $K_{ij} = \int \psi_i \psi_j dA$, $f_{ij} = \int \frac{M_i M_j}{E I_s} d\alpha$, $P_j = \int \left(R_S + \frac{1}{R_S} \frac{\partial \theta_j}{\partial \alpha} \right) f_s - P_n \theta_j / R_S d\alpha$, $Q_j = \int \left(\frac{y}{R_S} - \frac{y^2}{R_S^2} \right) f_n d\alpha$ I_s は補剛フレームの断面二次モーメント。 R_j は節点 j から点 P の接線に下した垂線の長さ。至は開角。

上式を解くことにより、断面変形 θ_j が得られる。

[参考文献]

- 1) 高橋・水野：日本機械学会論文集(第1部) 44巻 378号(昭和53-2)
- 2) 高橋・水野：日本機械学会論文集(A編) 45巻 400号(昭和54-12)
- 3) 彦坂・高海：第33回応用力学連合講演会講演論文抄録集 昭和58年12月