土木学会西部支部研究発表会(1983.2)

人口動態に関する研究
――人口密度増加分を用いた場合――

九州大学工学部　学生員○相川　明
九州大学工学部　正　員　樗木　武

1．はじめに

人口動態の予測に関し、現在までに　回帰モデルや計量経済モデルをはじめとする各種のモデルが提案され、市区町村単位のような大きなゾーンを対象とする人口予測に有効に利用されている。しかし、これらのモデルでは、さらに細分されたゾーンでの人口変動まで精度よく求めることができないのが現状である。計画の策定には細分ゾーンでの予測値が必要であるから　従来のモデルで求めた対象圏域全体の人口をコントロール・トータルとして　それをいかに細分ゾーンに割りあてるかが問題になる。そこで、著者らは、文献(1)(2)(3)において、この細分ゾーンでの人口割りあてを目的とした新しい人口動態モデルを提案し、実際に予測することを試みてきた。すなわち、人口移動現象と圧縮性流体との類似性に着目し人口移動現象の支配方程式を導き、また、解析にあたっては、FEM手法を適用して対象圏域の細分ゾーンでの予測値を同時に決定するものである。しかし、データ不備のためにモデルの中に含まれるパラメータの推定精度が劣ることから、本法の適用がほんの数年後までに限られ、また、予測結果は、区単位の大きなゾーンでは実績値とよく一致したものの、さらに細分されたゾーンでは精度が極端に悪いところも出現し、理論上は妥当でも実用に供する上で問題があることが明らかになった。その原因と改良点について考察するならば　およそ以下の２点が考えられる。

Ⅰ．対象ゾーンには人口移動に関与しない固定人口が存在し、その数はゾーン内人口の大部分を占める。したがって、人口移動に実際にかかわるのは、ゾーン内人口からこの固定人口を差し引いた残りの人口である。それにもかかわらず、文献(1)(2)(3)では人口移動力としてゾーン内人口を用いており、従って、予測値が固定人口の大小に大きく影響されているといえ、理論上の不備が認められる。この意味では、理論化にあたり固定人口を除いた人口密度増加量 ΔD を未知量に採用することが望ましいであろう。

Ⅱ．出生率、死亡率、他地域間移動率(＝転入率－転出率)、および人口移動性係数等のパラメータがモデルに用いられているが、前述のように、これらは各細分ゾーン別に推定することが困難であり、したがって、かなりの誤差を含む推定値のまま人口移動量を予測しなければならない。この点に関し、これらのパラメータの予測精度をあげる工夫が必要である。

モデルの予測精度をあげるには、Ⅰ・Ⅱの両方について同時に改善するのが望ましいのであるが、本研究では、まず、Ⅰについて扱うものである。

2．人口予測モデルについて

観点Ⅰに従い、人口密度のかわりに　人口移動に直接かかわる人口密度増加量 ΔD のみを用いて支配方程式を導き解析する。すなわち、各ゾーンの人口から固定人口を除いた動態人口による人口密度を ΔD とし、この ΔD に基づく人口移動を圧縮性流体と考えて　その連続方程式および運動方程式をたてれば、終局的に次の支配方程式が得られる。

$$k_x\frac{\partial^2\Delta D}{\partial x^2}+k_y\frac{\partial^2\Delta D}{\partial y^2}+(\alpha-\beta+\gamma)\Delta D-\frac{\partial\Delta D}{\partial t}=0 \quad \text{――――}(1)$$

ここに，x,y；空間座標　，t；時間座標，ΔD；人口密度増加量(人/km)，　k_x,k_y；人口移動性係数(km^2/year)
α；出生率(1/year)，β；死亡率(1/year)，γ；他地域間移動率(1/year)，

境界条件には、次の２つが挙げられる。

ⅱ) 境界での人口密度増加量が既知である。

$$\Delta D = \Delta D_0 \text{ —— } (2)$$

ⅲ) 境界が海や山に接するところでは、境界と直角方向の移動成分はない。

$$\mathbb{V} \cdot \mathbb{m} = 0 \text{ —— } (3)$$

ここに、$\mathbb{V}$；人口移動速度 ，$\mathbb{m}$；境界の法線方向ベクトル

式(2)(3)の条件のもとで式(1)を解析すればよいが、このままでは解析が困難であるから、汎関数を求めて、汎関数の停留値問題に帰着させる。汎関数は以下のようになる。

$$\Pi = \int_S \left[\frac{1}{2} \left\{ k_x \left(\frac{\partial \Delta D}{\partial x} \right)^2 + k_y \left(\frac{\partial \Delta D}{\partial y} \right)^2 - (\alpha - \beta + \gamma)(\Delta D)^2 \right\} + \frac{\partial D}{\partial t} \Delta D \right] dS \text{ —— } (4)$$

ここに、 S；解析領域

対象地域を三角形要素で区切り，ΔD を x, y による1次式で仮定すると ΔD は各要素について3つの形状関数 $N_\beta = \frac{1}{2A}[a_\beta + b_\beta x + c_\beta y]$ （$\beta = i, j, k$，Aは要素面積） を用いてあらわせる。

$$\Delta D = \mathbb{N} \Delta \mathbb{D}^e \text{ —— } (5)$$

ここに、$\left(\begin{array}{l} \mathbb{N} = [N_i, N_j\ N_k] \text{ ，} i, j, k \text{ は要素の頂点をあらわす.} \\ \Delta \mathbb{D}^e \text{ ; 各要素の頂点 } i, j, k \text{ での } \Delta D \text{ の値 } \Delta \mathbb{D}^{eT} = [\Delta D_i\ \Delta D_j\ \Delta D_k] \end{array} \right)$

式(4)に関して、変分方程式を求めると

$$\left\{ \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta D_\cdot} \right\}^e = \int_S \left[k_x \frac{\partial \Delta D}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \Delta D_\cdot} \left(\frac{\partial \Delta D}{\partial x} \right)^e \right\} + k_y \frac{\partial \Delta D}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \Delta D_\cdot} \left(\frac{\partial \Delta D}{\partial y} \right)^e \right\} - (\alpha - \beta + \gamma) \Delta D \left\{ \frac{\partial \Delta D}{\partial \Delta D_\cdot} \right\} + \frac{\partial \Delta D}{\partial t} \left\{ \frac{\partial \Delta D}{\partial \Delta D_\cdot} \right\} \right] dS \text{ —— } (6)$$

ここに、$\Delta D_\cdot$ は要素の頂点での値 $\Delta D_{i, j, k}$ を示す。

となり、式(5)により空間座標について離散化すれば、変分方程式の一要素からの寄与は

$$\left\{ \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta D_\cdot} \right\}^e = \mathbb{g} \Delta \mathbb{D}^e + \mathbb{h} \frac{\partial \Delta \mathbb{D}^e}{\partial t} \text{ —— } (7)$$

ここに、$\mathbb{g} = \frac{k_x}{4A} \mathbb{B} + \frac{k_y}{4A} \mathbb{C} - \frac{\alpha - \beta + \gamma}{48A} \mathbb{E}$ ，$\mathbb{h} = \frac{1}{48A} \mathbb{E}$

$$\mathbb{B} = \begin{bmatrix} b_i^2 & & \text{SYM} \\ b_i b_j & b_j^2 & \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} , \quad \mathbb{C} = \begin{bmatrix} c_i^2 & & \text{SYM} \\ c_i c_j & c_j^2 & \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{E} = \begin{bmatrix} 12a_i^2 + b_i^2 p + c_i^2 q + 2b_i c_i r & & \text{SYM} \\ 12a_i a_j + b_i b_j p + c_i c_j q + (b_i c_j + b_j c_i) r & 12a_j^2 + b_j^2 p + c_j^2 q + 2b_j c_j r & \\ 12a_i a_k + b_i b_k p + c_i c_k q + (b_i c_k + b_k c_i) r & 12a_j a_k + b_j b_k + (b_j c_k + b_k c_j) r & 12a_k^2 + b_k^2 p + c_k^2 q + 2b_k c_k r \end{bmatrix}$$

ただし
$p = \Sigma x.$
$q = \Sigma y.$
$r = \Sigma x.y.$

となる。これを解析領域全体でたてると次式を得る。

$$\mathbb{G} \Delta \mathbb{D} + \mathbb{H} \frac{\partial \Delta \mathbb{D}}{\partial t} = \mathbb{O} \text{ —— } (8)$$

ここに、$\mathbb{G}$；解析領域全体で $\mathbb{g}$ を集積したマトリックス
$\mathbb{H}$；解析領域全体で $\mathbb{h}$ を集積したマトリックス
$\Delta \mathbb{D}$；解析領域全体での $\Delta \mathbb{D}^e$ のベクトル

ここで、$\Delta \mathbb{D}$ の時間的変化について直線を仮定すると 時間段階Ⅰ(=t)，Ⅱ(=$t + \Delta t$) での $\Delta \mathbb{D}$ の値 $\Delta \mathbb{D}^{\mathrm{I}}, \Delta \mathbb{D}^{\mathrm{II}}$ が与えられると、推定時間段階Ⅲ(=$t + \varepsilon \Delta t$)について 次の連立方程式が成立することが導ける。

$$\left(\varepsilon \mathbb{G} + \frac{1}{\Delta t} \mathbb{H} \right) \Delta \mathbb{D}^{\mathrm{II}} = \left\{ (\varepsilon - 1) \mathbb{G} + \frac{1}{\Delta t} \mathbb{H} \right\} \Delta \mathbb{D}^{\mathrm{I}} \text{ —— } (9)$$

ここに、$\mathbb{G}$，$\mathbb{H}$ は時間段階Ⅲにおける値

すなわち、2つの時間段階の $\Delta \mathbb{D}$ の値と各パラメータの推定値が与えられると 式(9) により $\varepsilon \Delta t$ 時間後の $\Delta \mathbb{D}$ の推定値が求まり、これをもとの人口密度 $\mathbb{D}$ に加え、さらに、要素面積 A を乗ずるならば、推定人口が得られる。なお、計算結果については、講演当日に発表する。

参考文献 1) 樗木，永尾；「人口の域内流動モデルとその適用」 土木学会 第34回年次学術講演会講演概要集 1979.10

2) 樗木，永尾；「ポテンシャルフロー的人口動態論における諸定数の決定について」 昭和55年度 土木学会西部支部 研究発表会講演集 1980.2

3) 樗木，永尾；「人口動態に関する研究」 昭和56年度 土木学会西部支部 研究発表会講演集 1981.2