土木学会西部支部研究発表会(1983.2)

境界要素法による軸対称圧密解析

佐賀大学　正員　○荒牧 軍治
福岡大学　正員　黒木 健実
福岡大学　正員　大西 和栄

1。まえがき

軟弱地盤上に盛土や建物等の構造物を築造する場合、その沈下に対する時間的、空間的分布を求めることは構造物の安全性、機能の確保の上から必要となる。実際構造物の圧密沈下をシュミレートするには何らかの数値計算法の助けが必要である。差分法、有限要素法については古くから多くの研究者によって論じられ確立されつつある。最近境界要素法とよばれる数値解析法が研究者、設計者の注目をあびつつある。著者等は先にBiot型線形圧密理論に対する境界要素法の適用を論じ、有限要素法解との比較、実在盛土における実験値との比較を行ないその有用性を論じた。Biot型圧密理論は弾性問題と熱伝導問題の連成問題であるが、数値計算に当っては初期条件の設定に特別の注意を払いつつ、非連成の手法を用いて計算の簡便化に成功した。

このような数値解析法の適用に当っての最大の問題は土の物理定数の選定である。この物理定数の選定にあたっては土質試験との比較を行なう以外になく、その為には通常土質試験で用いられる円筒状試料に適合できるように軸対称圧密解析手法を確立しておかなければならない。ここでは軸対称圧密への境界要素法の適用の理論的展開について述べる。

2。Biot型圧密理論の境界要素表示

Biot型圧密理論の基礎式は次式で与えられる。

弾性問題			浸透問題		
1)	$\sigma_{ij,j}=0$	(つり合い方程式)	1)	$g_i=\frac{k}{\mu}v_{,i}$	(ダルシー則)
2)	$\sigma_{ij}=\sigma'_{ij}+\delta_{ij}v$	(有効応力の概念)	2)	$\dot{\varepsilon}_{ll}=n\beta\dot{v}-g_{i,i}$	(流体保存則)
3)	$\sigma'_{ij}=(K-\frac{2}{3}G)\varepsilon_{ll}\delta_{ij}+2G\varepsilon_{ij}$	(弾性則)	3)	$\sigma'_{vol}=K\varepsilon_{ll}$	(弾性則)
4)	$\varepsilon_{ij}=(u_{i,j}+u_{j,i})/2$	(変位－ひずみ関係)			

(1)

弾性問題、浸透問題それぞれについて、Gauss－Greenの公式を用いて定式化すれば

［弾性問題］

$$Cu(P)+\int_{\Gamma}p_j^{*}u_j\,d\Gamma=\int_{\Gamma}p_j u_j^{*}d\Gamma-\int_{\Omega}v\delta_{ij}\varepsilon_{ij}^{*}\,d\Omega \tag{2}$$

［浸透問題］

$$Cv(P,t_j)+\int_{\Gamma}d\Gamma\int_{t_j-\Delta t}^{t_j}v\,g^{*}dt=\int_{\Gamma}d\Gamma\int_{t_j-\Delta t}^{t_j}g\,v^{*}dt+\int_{\Omega}[v v^{*}]_{t_j-\Delta t}d\Omega+\int_{\Omega}d\Omega\int_{t_j-\Delta t}^{t_j}v^{*}\gamma\dot{\sigma}_{vol}\,dt \tag{3}$$

ここに＊は点Qに単位力、又は単位負荷をかけた時のいわゆる基本解を示す。ここにu_j, p_jは変位と表面力を、vとgは間隙水圧とfluxを示す。式(2)と式(3)は右辺の最終項vと$\dot{\sigma}_{vol}$によって連成している。式(2)と式(3)をマトリックス表示するには軸対称の場合の基本解u_j^{*}, p_j^{*}, v^{*}, g^{*},を求め、各要素についての数値積分を行なえば良い。

3。軸対称弾性問題

Banerjee等は半径r_0の点にリング状に$2\pi r_0 e_r$(r方向)，$2\pi r_0 e_z$(z方向)の荷重を与えた場合の点rの変位を次式で与えている。

(r方向載荷)

$$u_r^{*}=\frac{e_r}{4\pi\mu(1-\nu)}\Big[\frac{4(1-\nu)(\rho^2+\bar{z}^2)-\rho^2}{z r R}\cdot K(\tfrac{\pi}{2},m)-\Big\{\frac{3.5-4\nu}{2r}\cdot R-\frac{e^4-\bar{z}^4}{4rR^3(1-m^2)}\Big\}E(\tfrac{\pi}{2},m)\Big] \tag{4}$$

$$u_z^* = \frac{e_r \bar{z}}{4\pi\mu(1-\nu)}\left[\frac{(\rho^2+\bar{z}^2)}{2R^3(1-m^2)}E\left(\frac{\pi}{2},m\right) - \frac{1}{2R}K\left(\frac{\pi}{2},m\right)\right] \qquad (5)$$

（z方向載荷）

$$u_r^* = \frac{e_z r_0 \bar{z}}{4\pi\mu(1-\nu)}\left[\frac{e^2 - \bar{z}^2}{2rR^3(1-m^2)}E\left(\frac{\pi}{2},m\right) + \frac{1}{2rR}K\left(\frac{\pi}{2},m\right)\right] \qquad (6)$$

$$u_z^* = \frac{e_z r_0}{4\pi\mu(1-\nu)}\left[\frac{(3-4\nu)}{R}K\left(\frac{\pi}{2},m\right) + \frac{\bar{z}^2}{R^3(1-m^2)}E\left(\frac{\pi}{2},m\right)\right] \qquad (7)$$

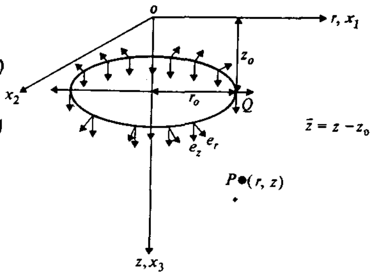

Fig. 1

ここに $\rho^2=r^2+r_0^2$, $e^2=r^2-r_0^2$, $R=\sqrt{(r+r_0)^2+\bar{z}^2}$, $\bar{z}=z-z_0$, K, E オ1種, オ2種楕円関数である。上式および, ひずみ変位関係式を用いて変位および, ひずみの基本解は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} u_r^* \\ u_z^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{rr} & G_{rz} \\ G_{zr} & G_{zz} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} e_r \\ e_z \end{Bmatrix} \qquad u^* = Ge \qquad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_{rr}}{\partial r} & \frac{\partial G_{rz}}{\partial r} \\ \frac{G_{rr}}{r} & \frac{G_{rz}}{r} \\ \frac{\partial G_{zr}}{\partial z} & \frac{\partial G_{zz}}{\partial z} \\ \frac{\partial G_{rr}}{\partial z}+\frac{\partial G_{zr}}{\partial r} & \frac{\partial G_{rz}}{\partial z}+\frac{\partial G_{zz}}{\partial r} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} e_r \\ e_z \end{Bmatrix} \qquad \varepsilon^* = Be \qquad (9)$$

上2式と弾性則を用いて表面力ベクトルは次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} p_r^* \\ p_z^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{rr} & F_{rz} \\ F_{zr} & F_{zz} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} e_r \\ e_z \end{Bmatrix} \qquad p^* = Fe \qquad (10)$$

$$F_{rr} = 2\mu\left\{\left[c\frac{\partial G_{rr}}{\partial r} + d\left(\frac{G_{rr}}{r}+\frac{\partial G_{zr}}{\partial z}\right)\right]n_r + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial G_{rr}}{\partial z}+\frac{\partial G_{zr}}{\partial r}\right)n_r\right\} \qquad (11)$$

他の F_{rz}, F_{zr}, F_{zz} も同様にかける。ただし $c = 1-\nu/1-2\nu$, $d = \nu/1-2\nu$

以上の式を式(2)に代入して数値積分すれば境界要素式のマトリックス表示が完成する。

4。軸対称浸透問題

WROBEL 等は軸対称熱伝導問題の基本解として次式を与えている。

$$v^* = \frac{2\pi}{[4\pi\lambda(\tau-t)]^{3/2}}\exp\left[-\frac{r^2+r_0^2+(z-z_0)^2}{4\lambda(\tau-t)}\right]I_0\left[\frac{rr_0}{2\lambda(\tau-t)}\right] \qquad (12)$$

$$g^* = \lambda\frac{\partial v^*}{\partial n} - \frac{\lambda}{8\sqrt{\pi}[\lambda(\tau-t)]^{5/2}}\exp\left[-\frac{r^2+r_0^2+(z-z_0)^2}{4k(\tau-t)}\right]\left\{\left(rI_0\left[\frac{rr_0}{2\lambda(\tau-t)}\right]-r_0I_1\left[\frac{rr_0}{2\lambda(\tau-t)}\right]\right)r_{,n} + (z-z_0)I_0\left[\frac{rr_0}{2\lambda(\tau-t)}\right]z_{,n}\right\} \qquad (13)$$

ここに I_0, I_1 は0次, 1次のオ1種変形ベッセル関数である。v^*, g^* に形状関数をかけ境界上で積分すれば浸透流問題に関する境界要素法のマトリックス表示が完成する。

以上の弾性問題と浸透問題を2次元平面問題の場合と同様, 非連成手法を用いて計算すれば軸対称圧密問題が解析できる。

［参考文献］

1) G. ARAMAKI, T KUROKI and K. OHNISHI ; Boundary Element Method in Biot's Linear Consolidation 佐賀大学理工学部集報 (1981)

2) G. ARAMAKI, T. KUROKI and K. OHNISHI ; Consolidation Analysis by Boundary Element Method Proc 4th Int. Conf. B.E.M — C.A. BREBBIA (1982)

3) P.K. BANERJEE and R. BUTTERFIELD ; Boundary Element Methods in Engineering Science Ch. 6 PP. 138–167 McGRAW-HILL U.K (1981)

4) L.C. WROBEL and C.A. BREBBIA ; A Formulation of the Boundary Element Method for Axisymmetric Transient Heat Conduction, Vol 24, No 5 Int J. Heat Mass Transfer (1981)