

## 繰返し載荷を受ける飽和砂の状態量

九大工学部 山内豊聰 日本地研 下川明人  
 同上 ○坂井 晃 同上 福田久弥  
 同上 杉本洋一 同上 武野辰夫

1. まえがき

従来、繰返し非排水せん断によって生ずる過剰間隙水圧の発生量は、繰返し回数比や有効応力経路の二次曲線近似によって定式化されてきた。これらは、不規則外力にも適用されたが、主応力軸の回転も含めた種々の応力経路に対する関係式を得るまでには至っていない。このため、石原・東畑<sup>1)</sup>は、中空振りせん断装置を用いて種々の応力経路について実験を行ない、繰返しせん断によって発生する過剰間隙水圧は、単位体積当たりのせん断仕事と現在のせん断応力によって一義的に定まり、相対密度・拘束圧・過圧密履歴の影響は受けるもの、応力経路には依存しないことを見出した。本研究は、Endochronic理論を用いて、相対密度・拘束圧・過圧密履歴の影響を統一的に表現できる関係式を求め、過剰間隙水圧に対する状態量について検討する。なお、実験データ(豊浦砂、中空振りせん断)のせん断仕事と過剰間隙水圧の値は、石原・東畑<sup>1)</sup>の文献から得たものである。

2. せん断仕事  $W_s$  と過剰間隙水圧  $U$  の関係式

単位体積当たりのせん断仕事  $W_s$  は、次式で与えられる。  

$$dW_s = \int (\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}) dv / V \quad \dots\dots(1)$$

ここで論議する関係式は、せん断応力が等方応力状態を通過する時点までに累積した  $W_s$  と  $U$  の値を用いた。

2-1 Endochronic理論の適用

砂における塑性ひずみの増加は、せん断ひずみによる不可逆的な土粒子骨格の再配列によって消散されるエネルギーに比例する。したがって、単位体積当たりのせん断仕事  $W_s$  とひずみ経路の長さとは、応力やひずみに依存する係数を用いて次式で与えられる。  

$$d(W_s/\sigma'_0) = F(\xi, \xi') d\xi \quad \dots\dots(2)$$

また、液状化過程における間隙水圧上昇は、載荷回数に伴うエネルギー消散の増加に起因しているから、間隙水圧比増分  $d(U/\sigma'_0)$  は次式で表わされる。

$$d(U/\sigma'_0) = d(W_s/\sigma'_0) / f(W_s/\sigma'_0) \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 $f(W_s/\sigma'_0)$  を簡単な表現方法を用いて、 $(W_s/\sigma'_0)$  の線形関数で表現すると、  

$$f(W_s/\sigma'_0) = A \times \{1 + (1/A)(W_s/\sigma'_0)\} \quad \dots\dots(4)$$

$$A, \alpha は定数。式(4)から、式(3)は \quad U/\sigma'_0 = (1/\alpha) \ln \{1 + (1/A)(W_s/\sigma'_0)\} \quad \dots\dots(5)$$

これを  $W_s$  について書き直すと次式が得られる。

$$W_s = A \sigma'_0 \{ \exp(\alpha U/\sigma'_0) - 1 \} \quad \dots\dots(6)$$

図-1、図-2は、それぞれ相対密度、拘束圧の違いによる  $W_s$  と  $U$  の関係を示したものであり、実線で示した計算値との比較から式(6)の妥当性が示された。

2-2 定数  $A$ ,  $\alpha$ 

図-1、図-2から、定数  $A$  は拘束圧  $\sigma'_0$  のみに依存する定数であり、また、定数  $\alpha$  は相対密度  $D_r$  に依存する定数である。

$$A = g(\sigma'_0), \quad \alpha = h(D_r) \quad \dots\dots(7)$$

図-3は、 $A$  と  $\sigma'_0$  の関係を示したものである。この図から、 $A$  は拘束圧の線形関数として表わされ、せん断仕事  $W_s$  は拘束圧の二次式に比例する。

$$A = g(\sigma'_0) = \alpha \sigma'_0 + b = 4.625 \times 10^{-7} \sigma'_0 + 1.2 \times 10^{-4} \quad \dots\dots(8)$$

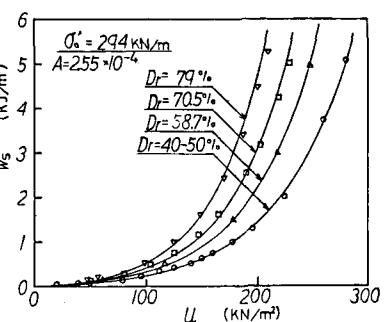


図-1 相対密度の違いによる  $W_s$  と  $U$

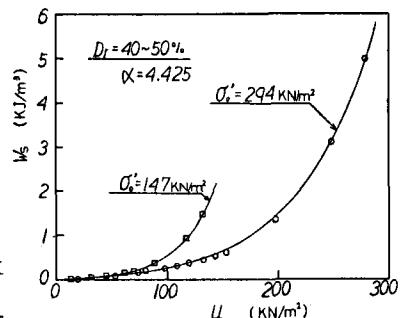


図-2 拘束圧の違いによる  $W_s$  と  $U$

定数 $\alpha$ は、図-4に示されるような相対密度の関数で表わされ、密な砂ほど $\alpha$ の値は大きい。

### 2-3 過圧密履歴の影響

過圧密履歴による液状化強度の増加は、過圧密比(O.C.R)の平方根に比例する。このとき、間隙水圧上昇に要するせん断仕事は増加するが、拘束圧の関数である定数 $A$ は過圧密履歴の影響を受けることになる。したがって、定数 $A$ は、正規圧密圧 $\sigma'_0$ に依存する定数であると考え、次式で表わすことにする。

$$A(\sigma'_0) = A\sigma'_0 + b = A(O.C.R.)\sigma'_0 + b \quad \dots\dots(9)$$

図-5は、実験値と比較したものであり、比較的一致した結果が得られた。

### 2-4 状態量 $S$

式(6)の定数 $A$ 、 $\alpha$ は、それぞれ拘束圧 $\sigma'_0$ 、間隙水圧比 $U/\sigma'_0$ にかかる定数であるから、ここで、新たに $\sigma'_s$ 、 $\gamma_s$ を次式で定義する。

$$\sigma'_s = A\sigma'_0, \quad \gamma_s = \alpha U/\sigma'_0 \quad \dots\dots(10)$$

これらを用いると、式(6)は次式で表わされる。

$$W_s = \sigma'_s \{ \exp(\gamma_s) - 1 \} \quad \dots\dots(11)$$

したがって、 $W_s$ を $\sigma'_s$ で割った値 $S$ は、過剰間隙水圧に対する相対密度を示す状態量を与える。この状態量 $S$ と $\gamma_s$ の関係を示す

$$S = W_s/\sigma'_s = \exp(\gamma_s) - 1 \quad \dots\dots(12)$$

したのが図-6である。また、完全液状化時には、 $\gamma_s = \alpha$ となるが、この時の $S$ の値 $S_L$ は、

$$S_L = \exp(\alpha) - 1 \quad \dots\dots(13)$$

となる。 $S_L$ は、図-7に示されるように相対密度に比例し、液状化強度と対応する。

### 3. $K_0$ 値の変化を考慮した場合の $W_s$ と $U$ の関係式

図-8の異方圧密状態から液状化が起る場合を考えると、間隙水圧上昇に伴なう平均主応力の増加が見られるが、せん断仕事は拘束圧の変化による影響も受けた。ここで、式(11)から、 $dW_s = (\partial W_s / \partial \sigma'_s)_{\sigma'_0} d\sigma'_s + (\partial W_s / \partial \gamma_s)_{\sigma'_0} d\gamma_s \quad \dots\dots(14)$ は完全微分形であり、 $W_s$ は $\sigma'_s$ と $\gamma_s$ の積分経路によらない。したがって、 $K_0$ 状態にある土の $W_s$ も式(11)で与えられることになる。そこで、側圧の増分 $d\sigma_3$ を、 $d\sigma_3 = (1-K_0)U \quad \dots\dots(14)$ とすると、 $\sigma'_s$ と $\gamma_s$ は次式で表わされる。

$$\sigma'_s = \{ a(1+2K_0)\sigma_{ic}/3 + b \} \{ (1+2K_0)\sigma_{ic}/3 + 2(1-K_0)U/3 \}$$

$$\gamma_s = \alpha U / \{ (1+2K_0)\sigma_{ic}/3 + 2(1-K_0)U/3 \} \quad \dots\dots(15)$$

図-9は、式(15)を用いて $K_0=0.4, 1$ のときの $W_s$ と $U$ の関係を示したものである。等方圧密状態( $K_0=1$ )に比べると、 $K_0$ 値の小さいものほど完全液状化時の $W_s$ が小さく、液状化強度は低い。

参考文献 1) 石原・東畑：ゆるい砂の非排水せん断に見えた主応力軸回転の影響、粒状体力学の構成に関する研究、pp.159-174.

2) Basant Z.P. and Kriegel R.J.: Endochronic constitutive law for liquefaction of sand, Proc. ASCE, EM2, pp. 225-238, 1976

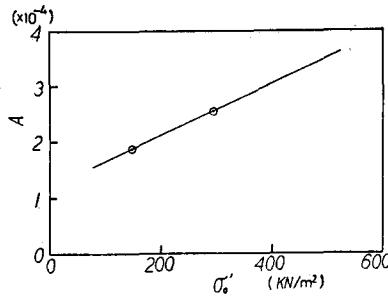


図-3 定数 $A$  × 拘束圧 $\sigma'_0$

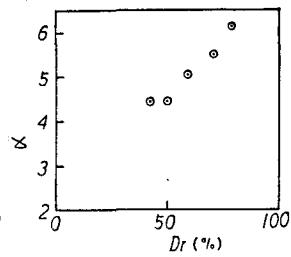


図-4 定数 $\alpha$ と相対密度 $Dr$

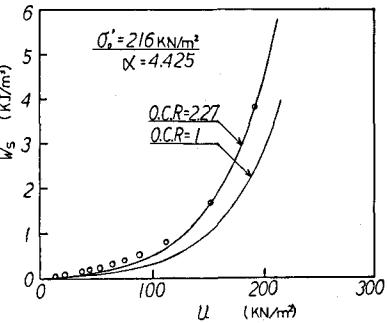


図-5 過圧密履歴による $W_s$ と $U$

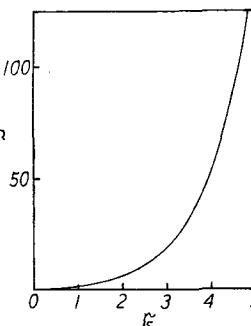


図-6  $\gamma_s$ と $S$

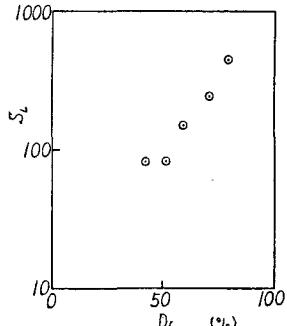


図-7  $Dr$ と $S_L$

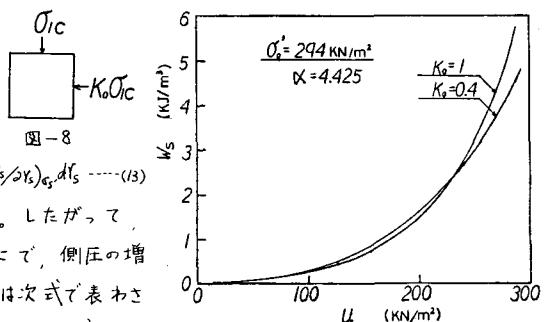


図-9  $K_0$ 状態における $W_s$ と $U$