

壁面噴流における土砂の堆積過程に関する研究

1. まえがき 噴流内での粒子の輸送現象、特に、土砂などの沈降性粒子を含む噴流に関する研究は数少ないようである。^{1),2)} 本論文は、壁面噴流中における粒子の堆積過程について検討を加えたものである。なお、粒子濃度は、充分希薄とし、噴流内の流速分布、濃度分布、拡散係数の分布については相似形を仮定した。

2. 基礎式について 基礎式を得るに際しての仮定は、以下の通りである。① 土砂の濃度は、密度流の効果が無視できるほど希薄であるとする。② 粒子降は一定(沈降速度一定)とする。③ x 方向の拡散は y 方向の拡散に比べて充分小さいものとする。

①~③の仮定により次の運動方程式、連続式、及び質量保存式が成立する。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (D_t \frac{\partial u}{\partial y}) \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{\partial (u\psi)}{\partial x} + \frac{\partial (v\psi - w_0\psi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (D_t \frac{\partial \psi}{\partial y}) \quad \text{(3)}$$

ただし、 u ; x 方向の速度、 v ; y 方向の速度、(図-1参照) w_0 ; 沈降速度(一定)、 ψ ; 粒子濃度、 D_t ; 乱流拡散係数である。水平方向の流速分布(u)、濃度分布(ψ)、乱流拡散係数の分布(D_t)は、それぞれ相似形を保つと仮定して、以下のように置く。

$$u = u_0(x) \cdot f_1(\eta_1) = u_0(x) \cdot \eta_1^n e^{-\eta_1^2} \quad (4)$$

$$\psi = \psi_0(x) \cdot g_1(\eta_2) = \psi_0(x) \cdot e^{-\eta_2^2} \quad (5)$$

$$D_t = D_0(x) \cdot f_2(\eta_1) = D_0(x) \cdot C_0 \eta_1 e^{-\eta_1^2} \quad (6)$$

ただし、 $\eta_1 = y/a_1(x)$, $\eta_2 = y/a_2(x)$
 $D_0(x) = a_1(x) \cdot u_0(x)$, C_0 ; 一定 である。

運動方程式(1)式及び質量保存式(3)式に、各々、 ψ_0 , y を掛けて、 y について 0 から ∞ まで積分し、壁面摩擦を無視すると、次式を得る。

$$\lambda_0 \frac{d(a_1 u_0^2)}{dx} = 0 \quad \text{--- (7)}$$

九州大学工学部 学生員 島岡 隆行

九州大学工学部 正 員 栗谷 陽一

九州大学工学部 正 員 楠田 哲也

九州大学工学部 正 員 古賀 憲一

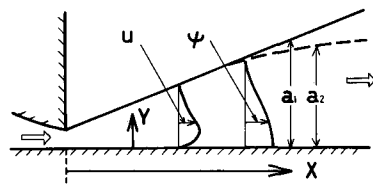


図-1

$$\left(\frac{1}{2} \lambda_1^2 + 2\lambda_2\right) a_1^2 u_0 \frac{d u_0}{dx} + \left(\frac{1}{2} \lambda_1^2 + \lambda_2\right) a_1 u_0^2 \frac{d a_1}{dx}$$

$$= \lambda_3 a_1 u_0^2 \quad \text{--- (8)}$$

$$\frac{b_1}{a_2} u_0 \psi_0 \frac{d a_2}{dx} + b_2 \frac{d(u_0 \psi_0)}{dx} - \frac{b_3}{a_1} u_0 \psi_0 \frac{d a_1}{dx}$$

$$= -w_0 \psi_0 \quad \text{--- (9)}$$

$$b_4 a_1 u_0 \frac{d \psi_0}{dx} + b_5 u_0 \psi_0 \frac{d a_2}{dx} + (b_4 + b_6) a_1 \psi_0 \frac{d u_0}{dx}$$

$$+ (b_6 - b_4 - b_7) u_0 \psi_0 \frac{d a_1}{dx} = -\lambda_4 a_2 w_0 \psi_0 + b_8 u_0 \psi_0 \quad \text{--- (10)}$$

ただし、 $\lambda_0 = 2^{-n-3} \Gamma(n+\frac{1}{2})$, $\lambda_1 = \frac{1}{2} \Gamma(\frac{n+1}{2})$,

$\lambda_2 = 2^{-2-n} \Gamma(n+1)$, $\lambda_3 = C_0 \{ 2^{-\frac{n-3}{2}} \Gamma(\frac{n+1}{2}) -$

$2^{-\frac{n-3}{2}} \Gamma(\frac{n+3}{2}) \}$, $\lambda_4 = \sqrt{\pi}/2$, $b_1 = h(\frac{n+3}{2}) \frac{a_1^3}{a_2^3}$,

$b_2 = \frac{1}{2} h(\frac{n+1}{2}) a_1$, $b_3 = \{ \frac{n}{2} h(\frac{n+1}{2}) - h(\frac{n+3}{2}) \} a_1$,

$b_4 = \frac{1}{2} h(\frac{n+2}{2}) a_1$, $b_5 = h(\frac{n+4}{2}) \frac{a_1^4}{a_2^3}$,

$b_6 = \frac{\sqrt{\pi}}{8} \Gamma(\frac{n+1}{2}) a_2$, $b_7 = \{ \frac{n}{2} h(\frac{n+2}{2}) - h(\frac{n+4}{2}) \} a_1$,

$b_8 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} C_0 \sqrt{\frac{a_1 a_2}{a_1^2 + a_2^2}} (\sqrt{a_1 a_2} - \sqrt{\frac{a_2^3}{a_1}} \frac{a_1 a_2}{a_1^2 + a_2^2})$,

$h(n) = \Gamma(n) (\frac{a_2}{a_1})^n (\frac{a_1 a_2}{a_1^2 + a_2^2})^n$ である。

数値計算にあたって、流速分布 $f_1(\eta_1)$ に含まれる n の値は、Verhoff(1963)の実験式を参考とし、 $n=0.0336$ とした。

(7), (8), (9), (10) 式を無次元化して整理すると、

$$\frac{d(A_1 u_0^2)}{dX} = 0 \quad \text{--- (11)}$$

$$\left(\frac{1}{2}\lambda_1^2 + 2\lambda_2\right)A_1^2 U_0 \frac{dU_0}{dX} + \left(\frac{1}{2}\lambda_1^2 + \lambda_2\right)A_1 U_0^2 \frac{dA_1}{dX} = \lambda_3 A_1 U_0^2 \quad \text{----- (12)}$$

$$\frac{b_1/L}{A_2} U_0 \Phi_0 \frac{dA_2}{dX} + \frac{b_2}{L} \left(U_0 \frac{d\Phi_0}{dX} + \Phi_0 \frac{dU_0}{dX} \right) - \frac{b_3/L}{A_1} U_0 \Phi_0 \frac{dA_1}{dX} = -\Phi_0 \quad \text{----- (13)}$$

$$\frac{b_4}{L} A_1 U_0 \frac{d\Phi_0}{dX} + \frac{b_5}{L} U_0 \Phi_0 \frac{dA_2}{dX} + \frac{(b_4 + b_6)}{L} A_1 \Phi_0 \frac{dU_0}{dX} + \frac{b_6 - b_4 - b_7}{L} U_0 \Phi_0 \frac{dA_1}{dX} = -\lambda_4 A_2 \Phi_0 + \frac{b_8}{L} U_0 \Phi_0 \quad \text{----- (14)}$$

となる。ただし、

$$U_0 = u_0/\omega_0, A_1 = a_1/L, A_2 = a_2/L, X = x/L, L = m/\omega_0^2, m = \int_0^\infty u^2 dy (x \rightarrow 0) \\ \Phi_0 = \psi_0/\psi_* (\psi_* \text{ は、任意})$$

である。また、噴出口($X \rightarrow 0$)での漸近解は、以下の式で与えられる。

$$A_1 = A_2 = 1.648 C_0 X$$

$$U_0 = \frac{0.7789}{\sqrt{C_0 X}}, \Phi_0 = \frac{C}{\sqrt{X}} \quad (C \text{ は、任意}) \quad (\text{本報では、1})$$

3. 計算結果及び考察 図-2に、 X と A_1, A_2, U_0, Φ_0 との関係を示す。運動量のひろがり幅 A_1 は、流下距離 X に比例し、代表流速 U_0 (中心流速に対応する)は、両対数紙上で $X^{-1/2}$ に比例して減少することが知られており、それに対して、粒子のひろがり幅 A_2 は、 $X=0$ 付近では X に比例するが、粒子の沈降によって X の増加に伴う A_2 の増加割合は、次第に減少し、 $X=3.0$ 付近で A_2 は最大値を示しその後減少する。また、中心濃度 Φ_0 は、 $X=0$ 付近で $X^{-1/2}$ に比例して減少し、 X が大きくなるに従い急激に減少する。図-3には、無次元化距離 X までに沈降した粒子の総堆積量 $W_s (= \int_0^X \omega \psi_{f_0} dx)$ 及び X における粒子の輸送量 $W_f (= \int_0^\infty \omega \psi dy)$ を示す。この図から、粒子の沈降量まで考慮した物質の収支は、(9)式を満足することから当然満たされている。粒子の X までの総沈降量が、総流入粒子量の $1/2$ になる無次元化流化距離 X は、 0.07 付近である。図-4に、 X における浮遊粒子量 $W (= \int_0^\infty \psi dy)$ を示す。 $X=0.1$ 付近で最大値が見られる。本報では、粒子は、単一粒径として取り扱い検討を加えたが、粒径分布を有する粒子群の場合は、各粒径について濃度変化を個別的に求め、

重ね合わせることによって濃度分布を得ることができ。また、本研究では、運動方程式に密度流の効果を考慮していないために、流速の小さい所では、実際の現象がこの結果と異なった傾向を生じる可能性もある。

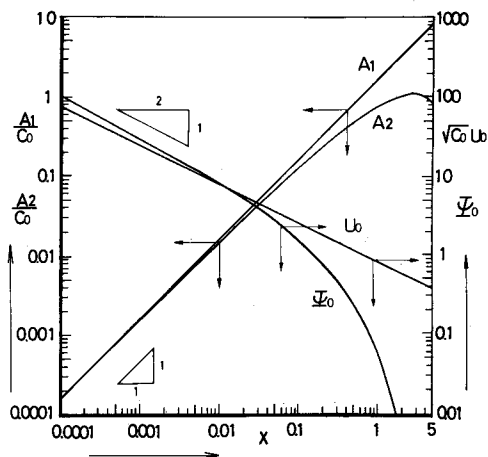


図-2 X と A_1, A_2, U_0, Φ_0 の関係

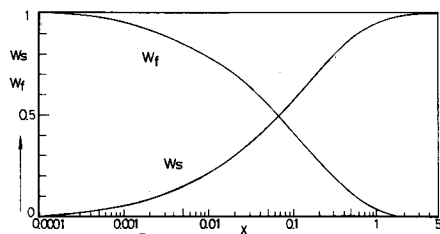


図-3 X と W_s, W_f の関係

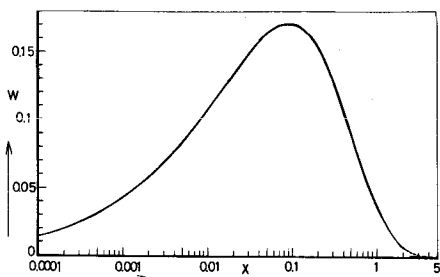


図-4 X と W の関係

<参考文献>

- 1). 栗谷, 藤崎; 土木学会西部支部研究発表会講演集 P83, 84, 昭和57年
- 2). 平野, 羽田野, 外村; 第37回土木学会年次講演会概要集, P379, 380, 1982
- 3). Verhoff, A.; Rep. Princeton Univ. P626, 1963