

乱流境界層における壁面圧力変動スペクトルの数値計算

九州大学 工学部 学生員 小池 司 正員 柳井 和朗

正員 神野 健二 正員 上田 年比古

1 はじめに 乱流境界層内の平均速度勾配、乱れ強度および速度相関係数の実験値を用いて壁面圧力勾配平均境界層での Reynolds 数 1000, 4000, 10500 における壁面圧力変動被数スペクトルの数値計算を行った。次に壁面圧力変動の移流速度を用いて被数スペクトルを周波数スペクトルに変換し、Willmarth¹⁾の実験値と比較し、本計算法の妥当性について検討した。

2 壁面圧力変動スペクトルの数値計算²⁾

(2.1) 基礎式 圧力変動 $P(x, t)$ は、速度 $u_i(x, t)$ の関数として式(1)の Poisson 方程式で与えられる。十分に発達した乱流境界層内の乱れは、水線(x)方向に非一様で他の方向では一様と仮定でき、 x_1, x_2, t に関して式(1)の Fourier 変換を行うと式(2)を得る。式(2)の解で $x_2=0$ と置き、式(3)に代入すると流下方向の壁面圧力変動スペクトル $\phi(\kappa)$ に対する式(4)を得る³⁾。(以下 x_2 を y と書く)

(2.2) 数値計算に必要な実験値について 式(4)の被積分関数には、a) 平均速度勾配 $\frac{d\bar{u}_1}{dy}$ 、b) 乱れ強度 $\hat{u}_2(y)$ および c) 速度相関係数 $R_{22}(y, y_1, y_2)$ が含まれており、式(4)の積分を行うために予めこれらを与えねばならない。

a) 平均速度勾配 Bull(1968, 1969)⁴⁾によって求められた式(6)~(8)を用いた。なお図-1に式(6)~(8)を積分して得た平均流速分布と実験値^{5), 7)}との比較を示す。

b) 乱れ強度 図-2, 図-3に乱れ強度および混合距離の分布を示す。 $y^+ (= \frac{y u_*}{\nu}) \leq 33.2$ では、Laufer(1954)⁸⁾の実験値を1)挿し式(10), (11)を得た。 $y^+ > 33.2$ では、まず Klebanoff(1953)⁹⁾の実験値より乱れ強度と Reynolds 数との比 $\hat{u}_2^2 / (u_1 u_2)$ を 1.0 とみなす。次に動粘性係数を混合距離 l を用いて $l_0 = K u_* l$ とすれば剪断応力は $\frac{\tau}{l_0} = \frac{\rho}{l_0} \frac{d\bar{u}_1}{dy}$ となる。また剪断応力は $\tau = -\bar{u}_1 \bar{u}_2 + \rho \frac{d\bar{u}_1}{dy}$ となる。また剪断応力は $\tau = -\bar{u}_1 \bar{u}_2 + \rho \frac{d\bar{u}_1}{dy}$ となる。

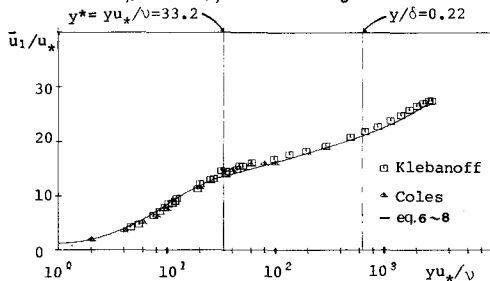


図-1 平均流速分布

* 基礎式

$$\frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x_i \partial x_i} = -2\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = T(x, t) \quad (1)$$

$$\tilde{P}''(x_2, \kappa, \omega) - \kappa^2 \tilde{P}(x_2, \kappa, \omega) = T(x_2, \kappa, \omega), \kappa^2 = \kappa_1^2 + \kappa_2^2 \quad (2)$$

$$\phi(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}(0, \kappa, \omega) \tilde{P}^*(0, \kappa, \omega) d\omega \quad (3)$$

$$= \frac{\rho^2}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\kappa(x_2+x_1) + \frac{d\bar{u}_1}{dy} \frac{d\bar{u}_1}{dy} \hat{u}_2(x_2) \hat{u}_2(x_1)} \times R_{22}(x_2, x_1, y_1, y_2) e^{-i(\kappa_1 y_1 + \kappa_2 y_2)} d\kappa_1 d\kappa_2 dy_1 dy_2 \quad (4)$$

$$R_{22}(x_2, x_1, y_1, y_2) = \hat{u}_2(x_1) \hat{u}_2(x_2) \hat{u}_2(y_1 + y_2, x_2 + y_2) \hat{u}_2(x_2) \hat{u}_2(y_2) \quad (5)$$

* 平均速度勾配

$$0 \leq y^+ \leq 33.2, y^+ = y u_* / \nu$$

$$\frac{d(\bar{u}_1/u_*)}{dy^+} = [1 + \frac{1}{4} y^+ + \frac{1}{2} (\frac{1}{4} y^+)^2 + \frac{1}{1300} (\frac{1}{4} y^+)^6] e^{-\frac{1}{4} y^+} \quad (6)$$

$$33.2 < y^+, y/\delta < \delta_c, \delta_c = 0.837, \pi = 0.6$$

$$\frac{d(\bar{u}_1/u_*)}{d(y/\delta)} = \frac{1}{\kappa} [\frac{\delta}{y} + \frac{\pi}{\kappa} \pi \sin(\frac{\pi}{\delta c} \frac{y}{\delta})] \quad (7)$$

$$\delta_c \leq y/\delta \leq 1.0, m = 1.67$$

$$\frac{d(\bar{u}_1/u_*)}{d(y/\delta)} = \frac{1}{\kappa \delta c} (\frac{1-y/\delta}{1-\delta c})^{m-1} \quad (8)$$

* 乱れ強度

$$0 \leq y^+ \leq 8$$

$$\hat{u}_2/u_* = 0.0143 y^+ - 0.00105 y^+^2 \quad (9)$$

$$8 < y^+ \leq 33.2$$

$$\hat{u}_2/u_* = 0.287 - 0.120/\sqrt{y^+} + 0.059/y^+ - 0.000669 y^+^2 \quad (10)$$

$$33.2 < y^+$$

$$\hat{u}_2/u_* = [1.0 \times \kappa \frac{L}{\delta} \frac{d(\bar{u}_1/u_*)}{d(y/\delta)} \times \{1 - \frac{y}{u_* \delta} \frac{d(\bar{u}_1/u_*)}{d(y/\delta)}\}]^{1/2} \quad (11)$$

* 混合距離

$$y/\delta = \kappa (1 - e^{-y^+/26}) (\frac{y}{\delta})^2, y/\delta < 0.1 \quad (12)$$

$$y/\delta = \kappa (1 - e^{-y^+/26}) (\frac{y}{\delta})^2 - 1.535 (y/\delta - 0.1)^2 + 2.756 (y/\delta - 0.1)^3 - 1.884 (y/\delta - 0.1)^4, 0.1 \leq y/\delta \leq 0.6 \quad (13)$$

$$y/\delta = 0.089, 0.6 < y/\delta \leq 1.0 \quad (14)$$

* 相関係数および積分特性距離

$$R_{22}(y, y_1, y_2) = [1 - \frac{(y_1^2 + y_2^2)}{2R^2}] \exp(-R/2) \quad (15)$$

$$\text{又} R^2 = (y_1 \kappa_1^2 + y_2 \kappa_2^2 + y_2^2), y_2^2 = (y - y_1)^2, 1/\delta = f(y/\delta)$$

$$1/\delta = 0.63 y/\delta, 0 < y/\delta < 0.22 \quad (16)$$

$$1/\delta = 0.14, 0.22 \leq y/\delta \leq 1.0$$

$$\phi(\kappa)/\kappa^2 \delta = \frac{8 \rho^2}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\kappa(x_2+x_1) + \frac{d\bar{u}_1}{dy} \frac{d\bar{u}_1}{dy} \hat{u}_2(y) \hat{u}_2(y_1)} \times [1 - \frac{y^2}{2\Lambda^2 (r^2 + (y - y_1)^2)^{1/2}}] \exp[-(r^2 + (y - y_1)^2)^{1/2}] \times \cos(\kappa_1 y \cos \theta) \cos(\kappa_2 y \sin \theta) r dr dy dy_1 dy_2 \quad (17)$$

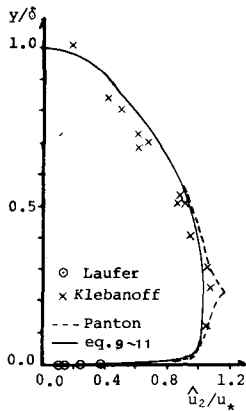


図-2 乱れ強度

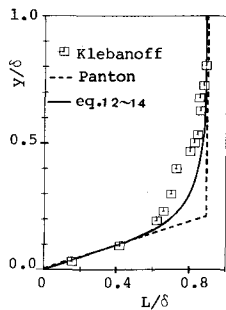


図-3 混合距離

* 移流速度

$$\bullet k_1 S \leq 1$$

$$\frac{U_c(k_1 S)}{U_*} = -\frac{1}{k} \ln(k_1 S) + \frac{1}{k} \ln \frac{U_* S}{\nu} + 5.0 + \frac{2}{k} \frac{1}{\Pi} (k_1 S - 1) e^{\frac{2}{3}(k_1 S - 1)} \quad (28)$$

$$\bullet k_1 S > 1$$

$$\frac{U_c(k_1 S)}{U_*} = -\frac{1}{k} \ln(k_1 S) + \frac{1}{k} \ln \frac{U_* S}{\nu} + 5.0 \quad (29)$$

$$\phi(\omega) = \phi(k_1) / \Pi_c(k_1), \quad \omega = k_1 \Pi_c(k_1) \quad (20)$$

諸記号の説明

δ_1 : 排除厚

ν : 動粘性係数

Π : 後流パラメータ

$\sim$: Fourier 変換

κ : Karman 定数

δ : 境界層厚

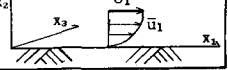
u_* : 摩擦速度

$\langle \rangle$: 集合平均

U_1 : 主流の流速

ρ : 流体密度

$\bar{}$: 時間平均



を仮定すれば、 $\frac{U_*}{U_*} = 1 - \frac{U_*}{U_*} \frac{d(U_*/U_*)}{dS}$ を得る。以上3つの式の積により $k_1 > 33.2$ に与する乱れ強度の式(4)を得る。なおPanton が提案した乱れ強度の分布には混合距離の微分係数の不連続性のために滑らかに接合しない部分が表われている。従って式(4)における混合距離 L は、壁面近くでは $L = k_1 y$ に減衰率を乗じた式(12)を用い、さらに境界層の外縁付近では混合距離が一定値(式(14))となることから両式を滑らかに接合する様に実験値より内挿した式(13)を用いた。

c) 相関係数 一様等方性乱流場の相関係数において縦相関係数を $f(r) = \exp(-r/\lambda)$ と仮定し、流下方向にのみ y を λ と置き式(5)を得た。積分特性距離 λ は、Panton が Grant (1958) の実験値を内挿した式(16)を用いた。

(2.3) モンテカルロ法による数値計算 式(4)、(5)において $y^2 = y_0^2 + H^2$, $y_0 = -\sin \theta$, $y_0 = (y - y_0)^2$ の置換を行い、無次元化すると式(10)を得る。積分は、Reynolds 数 1000, 4000, 10500 に対して加重抽出法によるモンテカルロ積分によって行い、波数スペクトル $\phi(k_1)/\phi_0$ を求めた。さらに、周波数スペクトル $\phi(\omega)/\phi_0$ の変換を凍結乱流の仮定式(20)、Panton (1976) が用いた移流速度式(28)、(29)によって行い Willmarth の実験値と比較する。

3 計算結果

1) 図-4 の周波数スペクトルの計算値は、全体的に Willmarth の実験値および Panton の計算結果と比べてやや大きめに算出された。高周波領域における本報の計算結果は、Panton の値より小さく Willmarth の実験値に近い。この原因は現在のところ明らかでないが、図-2、図-3 に示す乱れの特性が Panton の用いたものと異なっているためではないかと考えられる。

2) 図-5 の波数スペクトルの計算値は、Reynolds 数とは無関係に $\frac{1}{k_1}$ の勾配で立ち上がり、 $k_1 \delta = 4.0$ でピークをとり、また、Reynolds 数が大きい程高波数領域でのエネルギーパクトルが大きいことがわかる。

4 おわりに

高波数領域における計算精度が低下するので今後検討したい。また、最終的には式(2)を任意の k_1 に対して解くことにより、水深方向の任意点の圧力スペクトル $\phi(x_2, y_2)/\phi_0$ を求めていきたい。

参考文献 1) Willmarth, W.W. & Wooldridge, C.E., 1962, J. Fluid Mech., Vol. 14, p. 187. 2) Panton, R.L. & Linebarger, J.N., 1974, J. Fluid Mech., Vol. 65, p. 261. 3) Kraichmann, R.H., 1965, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 28, p. 64. 4) Bull, M.K., 1968, A.I.A.A.J., Vol. 17, p. 359. 5) Bull, M.K., 1969, Aero. J. Royal Aero. Soc., Vol. 73, p. 143. 6) Coles, D., 1956, J. Fluid Mech., Vol. 1, p. 191. 7) Klebanoff, P.S., 1954, N.A.C.A. Tech. Note, No. 3178. 8) Laufer, J., 1954, N.A.C.A. Rep., No. 1174. 9) van Driest, E.R., 1956, J. Aero. Sci., p. 1007. 10) Pretcher, R.H., 1969, A.I.A.A.J., Vol. 7, p. 305. 11) Grant, H.L., 1958, J. Fluid Mech., Vol. 4, p. 149.

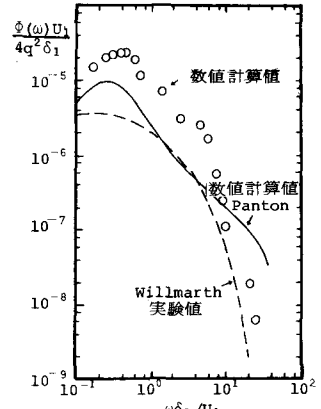


図-4 周波数スペクトル

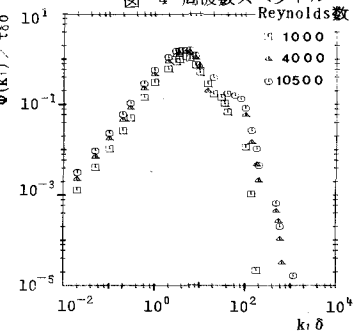


図-5 波数スペクトル