

淡水塩境界面先端の移動速度に関する検討

九州産業大学 工学部 正会員 杉展 哲
東和大学 工学部 正会員 中田 欣也

1. まえがき

これまでに淡水塩境界面の非定常解析が種々行なわれてきたが、均質性浸透地盤については、ほぼ満足できる結果を得ることができるようになったといえよう。¹⁾しかし、これまでは非定常現象を表現することそのものが課題であったため、淡水塩境界面の移動速度等についての検討はあまりなされていないようである。本報はこの点について若干の検討を行なおうとするものであり、これまでに開発したソフトにより得た結果を基にして、図-1左端の淡水水位が急低下した場合の不圧浸透層内の淡水塩境界面先端の移動速度と到達時間について検討している。

2. 淡水塩境界面先端の移動速度

準一様流の仮定に基づく数値解析においては、不圧浸透層内の淡水塩境界面の移動は式-1で表現される。

$$\frac{n \partial \bar{h}_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{h}_s \left(\frac{\rho_f}{\rho_s} \frac{\partial \bar{h}_f}{\partial x} + \frac{\Delta \rho}{\rho_s} \frac{\partial \bar{h}_s}{\partial x} \right) \right\} \quad \text{--- (1)}$$

n : 貯留係数, $\bar{h}$: 透水係数, ρ_f : 淡水の密度, ρ_s : 海水の密度, $\Delta \rho = \rho_s - \rho_f$

$$\begin{aligned} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{h}_s \frac{\Delta \rho}{\rho_s} \frac{\partial \bar{h}_s}{\partial x} \right\} \quad \text{--- (2)} \quad \text{そこで式-1の右辺の} \\ &= \frac{\Delta \rho}{\rho_s} \left(\frac{\partial \bar{h}_s}{\partial x} \right)^2 \quad \text{--- (3)} \quad \text{被微分項について調べてみよう。検討に用いる数値解}$$

析結果は、図-2右端寄りに示した $t=0$ 分の淡水塩境界面を初期形状として、図-1左端の淡水水位を $H_f(t=0)$ から $H_f(t>0)$ に急低下させた場合の、表-1に示す case について行なったものであり、30分経過時および90分経過時の淡水塩境界面の先端位置における各項の値を表-2に、

Run A についての各時間毎の値を表-3に、また Run A の各断面位置における30分経過時および90分経過時の値を表-4にそれぞれ示している。いずれも $(\rho_f/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_f/\partial x$ に比べて $(\Delta \rho/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_s/\partial x$ の方が卓越していることが分かるであろう。それもよく注意すると、

表-2 から $\Delta \rho$ あるいは $H_f(t=0) - H_f(t>0)$ が大きいほど、また表-4から

淡水塩境界面の先端に近いほど、その傾向が強くなる。このことから

表-2 淡水塩境界面先端における項比較

t	Run	(1) $(\rho_f/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_f/\partial x$	(2) $(\Delta \rho/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_s/\partial x$	(1)+(2)	先端の位置 cm
30分	A	0.055×10^2	-1.281×10^2	-1.226×10^2	63.2
	B	0.066	-1.206	-1.140	60.3
	C	-0.035	-1.056	-1.091	58.5
	D	0.119	-1.065	-0.946	55.2
	E	0.312	-1.077	-0.765	51.9
90分	A	-0.005×10^2	-0.813×10^2	-0.818×10^2	103.3
	B	0.027	-0.778	-0.751	97.0
	C	-0.095	-0.693	-0.788	95.7
	D	0.086	-0.714	-0.628	85.9
	E	0.269	-0.743	-0.475	76.2

表-1 数値解の境界条件

Run	ρ_s	ρ_f	H_s	$H_f(t=0)$	$H_f(t>0)$	L	x_0^*
A	1.033	1.0	38.0	40.0	38.5	150.0	36.0
B	1.03	1.0	38.0	40.0	38.5	150.0	36.0
C	1.025	1.0	38.0	40.0	38.25	150.0	36.0
D	1.025	1.0	38.0	40.0	38.5	150.0	36.0
E	1.025	1.0	38.0	40.0	38.75	150.0	36.0

* x_0 は初期の淡水塩境界面先端の位置 (長30単位はcm)

表-3 Run Aでの項比較の時間的変化

t	(1) $(\rho_f/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_f/\partial x$	(2) $(\Delta \rho/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_s/\partial x$	(1)+(2)	先端の位置 cm
0	1.193×10^2	-1.198	-0.005×10^2	36.0
10	0.127	-1.600	-1.473	44.7
30	0.055	-1.281	-1.226	63.2
60	0.004	-0.978	-0.974	85.2
90	-0.005	-0.813	-0.818	103.3
120	-0.015	-0.710	-0.725	119.0
150	-0.026	-0.638	-0.664	133.2
180	-0.037	-0.582	-0.619	146.3

表-4 Run Aでの項比較の場所的変化

t	x	(1) $(\rho_f/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_f/\partial x$	(2) $(\Delta \rho/\rho_s) \cdot \partial \bar{h}_s/\partial x$	(1)+(2)
30分	10cm	1.382×10^2	-2.108×10^2	-0.727×10^2
	20	0.841	-1.681	-0.840
	30	0.556	-1.497	-0.941
	40	0.354	-1.390	-1.036
	50	0.193	-1.318	-1.125
90分	20	0.752×10^2	-1.237×10^2	-0.485×10^2
	40	0.420	-0.994	-0.574
	60	0.239	-0.895	-0.656
	80	0.106	-0.840	-0.734
	100	-0.005	-0.813	-0.818

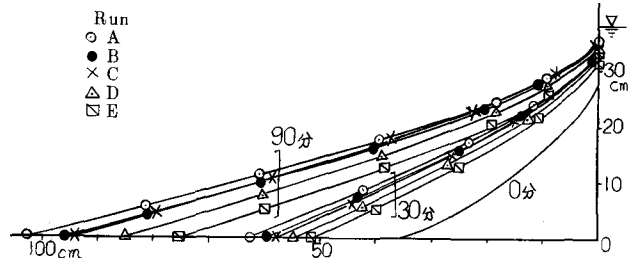


図-2 数値解の淡水塩境界面の形状

淡水境界面の先端においては、式-1は式-2の様に近似できるが、さらに $(\Delta g/g_s) \cdot (\partial h_s/\partial x)$ の値が、淡水境界面の先端に近い区間では、表-4に示す様に場所的にはほぼ一定であることを考慮すると、式-3の様に表現できることになる。ここで dt 時間内の淡水境界面先端の水平移動距離を dx とし、 $dx = \frac{(\partial h_s/\partial t) dt}{(\partial h_s/\partial x)}$ —(4) とおくと、淡水境界面先端の移動速度 $U_s (=dx/dt)$ は式-3を代入して

$$-U_s = \frac{(R/n) \cdot (\Delta g/g_s) \cdot (\partial h_s/\partial x)^2}{(\partial h_s/\partial x)} = \frac{R}{n} \frac{\Delta g}{g_s} \frac{(\partial h_s)}{(\partial x)} \quad \text{---(5)}$$

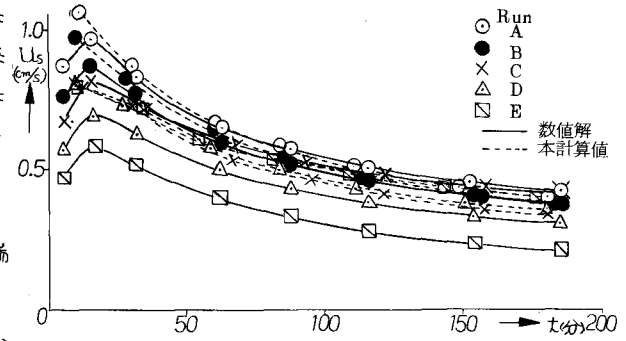


図-3 淡水境界面先端の移動速度

と書ける。いま10分さびみで出力されている数値解の淡水境界面先端の位置を用いて、10分毎の移動速度を求めると図-3の実線の様に描かれ、 $\partial h_s/\partial x$ の値を用いて式-5を算定すると破線の様になる。Run E以外の両者はほとんど一致しているが、式-5はほぼ妥当であるといえよう。

3. 淡水境界面先端の到達時間

式-6から淡水境界面の先端が任意の位置まで到達するのに要する時間(到達時間)の算定を考えよう。いま淡水境界面形状を表わす式として、定常状態について求められた式-7を用いると、式-8を得る。ここで

$$dt = \frac{n}{R} \frac{g_s}{\Delta g} \frac{-1}{(\partial h_s/\partial x)} dx \quad \text{---(6)}, \quad \frac{\varepsilon R}{|Q|} (H_s - h_s) = \left(2 \frac{\varepsilon R}{|Q|} x + 0.5 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{---(7)}$$

$$\frac{\partial h_s}{\partial x} = - \left(2 \frac{\varepsilon R}{|Q|} x + 0.5 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{---(8)}$$

$$t = \frac{nQ}{3\varepsilon R^2} \frac{g_s}{\Delta g} \left\{ \left(2 \frac{\varepsilon R}{|Q|} x + 0.5 \right)^{\frac{3}{2}} - \left(2 \frac{\varepsilon R}{|Q|} x_0 + 0.5 \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \div \frac{2}{3} \frac{n}{R} \frac{g_s}{\Delta g} \sqrt{\frac{2\varepsilon R}{|Q|}} (x^{\frac{3}{2}} - x_0^{\frac{3}{2}}) \quad \text{---(9)}$$

$$Q/R = \{ H_s^2 - (1+\varepsilon) H_s^2 \} / 2L \quad \text{---(10)}, \quad Q/R = \{ (H_s + H_s)^2 (1+\varepsilon) / 4 - H_s^2 \} / L \quad \text{---(11)}$$

図-3の移動速度を、横軸に淡水境界面先端の座標をとって描きなおすと、図-4の様になるが、 U_s は $x^{-1/2}$ に比例するはずであり、したがって式-8の関数形では不十分であるが、本報ではとりあえずこれを用いることにする。式-6に式-8を代入して積分し、初期条件として $x(t_0) = x_0$ とおくと式-9を得る。式中の Q の値は定常状態の値として式-10で表わされるが、表-5の第1欄に示す様に、その値は数値解の到達時間と全く対応しない。そこで $H_s - H_s(t_0)$ が小さいほど到達時間が長いことを考慮して式-11の様に置き、これを式-9に代入して、 $x_0 = 36$ cmの位置から任意の位置までの淡水境界面の到達時間を求めると、図-5の破線の様になる。実線で示した数値解の到達時間に比べて、全体的に到達するのびや

や早い。Run A, B, C はほぼ良い結果を与えている。Run E が誤差が大きいのは、式-5が移動速度を表現してないことによるものであろう。今後、さらに解析caseを増すと同時に、式-8および式-11についても再考してみたいと考えている。

○参考文献
1) 中田白地・杉長: 淡水流出幅を考慮した2次元地下密度流の数値解析(第3報), 第37回年報, II-208, 昭和57年10月, 2) Tamai & Shima: Salt-water wedge in unconfined coastal aquifers, 土壌学論集 No.139, 1967年

以上の計算は九州産業大学情報処理センターで行った事を付記する。

Run	Q/k	Q/k	$t(x=100\text{cm})$
A	-0.0313	0.5930	84分
B	-0.0169	0.5625	96
C	-0.0568	0.6398	99
D	0.0072	0.5118	127
E	0.0715	0.3831	184

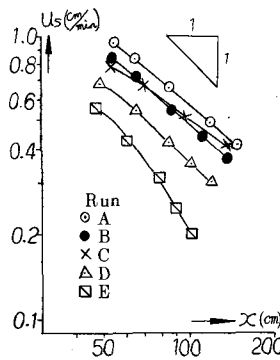


図-4 淡水境界面先端の移動速度

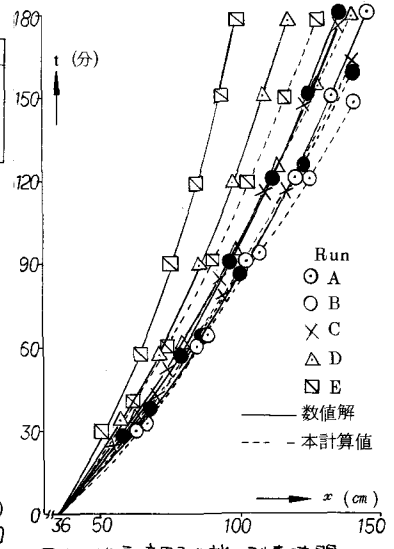


図-5 淡水境界面先端の到達時間