

塩水適上の2次元解析について

熊本大学工学部 正会員 田淵 幹修
 “ “ 滝川 清
 “ 学生会員 〇瀬戸長秀美

1. まえがき

九州の河川における塩水適上形態は、同一河川においても潮位差や河川固有流量の変動及びこれらの履歴に応じ、弱混合から強混合までの幅広い変化を示す場合が多い(ただし有明海のように特に潮位差の大きい海域へ流出する河川は強混合形態の場合が普通であるが……)。この様な河川に対し塩水適上の数値解析を試みる場合、成層二層流としての従来の解析手法では、適用出来るケースは非常に限られ、どちらかという混合型の一次元解析により断面平均濃度を求める手法が易くいく場合が多い[著者らの経験ではこの方法において、みかけの拡散係数として αK_z (K_z はElderの水深方向移流分散係数で α は川幅のオーダーの定数)を採用すると、 $\alpha=80 \sim 100$ とほとんど変動のない、すなわち任意性の少ない計算で実測塩分濃度の時空間変化を説明できる]。

しかしながら一次元解析では、彫潮時と落潮時に流向が変化する区域で断面平均濃度が収れんするような、移流による負の分散や、河床が部分的に深い所へ滞留した高濃度水塊からの上層への運現象等、実測資料の説明が難しい事も多い。

本報告では、このような複雑な塩水適上現象を2次元(または3次元)的に解析する手法について示す。2次元解析においては多くの困難な問題、例えば安定な成層密度流から乱流拡散が卓越する強混合の広い範囲について、出来るだけ任意性の入らない方法でせん断抵抗あるいは混合を量的に示す方法等の問題点など、まだ不明の部分も多いが、最近の国内外の研究成果等と大胆に取り入れ解決をはかっている。

2. 基礎式(一般式)

ここでは、河川のみではなく、湖沼や海湾にも適用できる一般式を示す。座標系は河道の曲ガリの効果や、細長くかつ湾曲している湖沼や海湾の計算時の電算機容量の節約を考え、曲線直交座標系を採用する。河道の流心あるいは湖沼、海湾中心線に x 軸、これと直交して水平に y 軸、上方に z 軸を取り、流速のこれらの成分を u, v, w とする。流体の密度 ρ 、重力の加速度 g 、 x 軸の曲率半径 r 、コリオリの係数 f 、とすると基礎式は次の様である。

流体の連続式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (1 + \frac{y}{r}) (\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}) + \frac{v}{r} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

運動量方程式

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} + \frac{2}{r+y}(\rho uv) - \rho f v \\ &= -\left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial}{\partial x} (-\rho g z_x + p) + \left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{2}{r+y} \tau_{yx} \\ & \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} + \frac{1}{r+y}(\rho u^2 - \rho v^2) + \rho f u \\ &= -\frac{\partial}{\partial y} (-\rho g z_x + p) + \left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{1}{r+y}(\sigma_y - \sigma_x) \\ & \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} + \frac{1}{r+y}(\rho v w) \\ &= -\frac{\partial}{\partial z} (-\rho g z_x + p) + \left(\frac{r}{r+y}\right) \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r+y} \tau_{yz} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (2)}$$

z_x は鉛直上方向にた座標系で普通は z に一致する。
 ここで、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ は各座標軸方向の分子および流体の運動にもつく直応力、 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ は同じくせん断力

濃度Cの拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (uC)}{\partial x} + \frac{\partial (vC)}{\partial y} + \frac{\partial (wC)}{\partial z} + \frac{vC}{y+r} \\ = (1 + \frac{y}{r}) \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (k_x \frac{\partial C}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial C}{\partial z}) \right\} + \frac{1}{y+r} k_y \frac{\partial C}{\partial y} \quad \text{--- (3)}$$

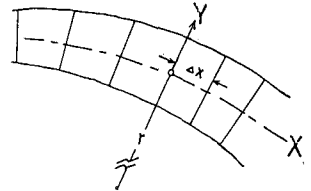
式(3)のCとしては、Clイオン濃度(又は塩分濃度)を想定している。この場合、Cの代りにPを取、てもよいが、応用の発展性を考え、Cについて示した。Cとして水温や濁度、あるいはこれらの複合現象も式(3)のわずかな変更又は追加で可能である。Pは、C(又は水温、濁度)の関数。また k_x , k_y , k_z は拡散係数である。

式(1)を水底 $z=z_b$ から水面 $z=H$ まで積分し、水表面および水底の条件を用いると、水位Hに関する次式が得られる。なお、添字SおよびBは、それぞれ水表面および水底における値を示す。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_b}^H v dz + \frac{r}{r+y} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^H u dz + \frac{1}{r+y} \frac{u_s^2}{z} + \frac{y}{r+y} (-u_s \frac{\partial H}{\partial x} + u_b \frac{\partial z_b}{\partial x}) = 0 \quad \text{--- (4)}$$

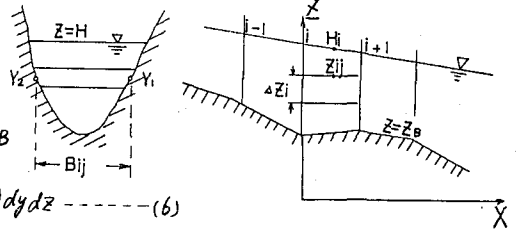
3. 河道における2次元塩水適上解析

河道を右図の様にX軸方向に間隔 Δx 、水深方向に間隔 Δz で分割する。式(1)〜式(3)に $\int_{z_b}^H dz dy$ の操作を行なうと基礎式として次式を得る。なお、ここでは、 $r \gg y$ 、およびブーシネスクの近似を仮定する。



$$\frac{\partial}{\partial x} (u_{ij} \Delta z \cdot B_{ij}) + \frac{\partial}{\partial z} (w_{ij} \Delta z \cdot B_{ij}) - (u_i B_i)_{z=z_b} \frac{\partial z_b}{\partial x} \\ + (u_i B_i)_{z=z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial x} = 0 \quad \text{--- (5)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (u_{ij} \Delta z \cdot B_{ij}) - (uB)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial t} + (uB)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial t} \\ + \frac{\partial}{\partial x} (u_{ij}^2 \Delta z B_{ij}) - (u^2 B)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial x} + (u^2 B)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial x} + (u_{ij} w_{ij}) B \\ = B \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{g}{2} (z_j^2 - z_{j+1}^2) - \frac{P_{ij} \Delta z}{\rho_{ij}} \right\} + \frac{1}{\rho} \int_{z_{j+1}}^{z_j} \rho_y \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) dy dz \quad \text{--- (6)}$$



$$\frac{\partial}{\partial t} (u_{ij} \Delta z B_{ij}) - (wB)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial t} + (wB)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial t} \\ + \frac{\partial}{\partial x} (u_{ij} w_{ij} \Delta z B_{ij}) - (u w B)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial x} + (u w B)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial x} + (w_{ij}^2) B \\ = B (g z_j - \frac{P_{ij}}{\rho_{ij}}) + \frac{1}{\rho} \int_{z_{j+1}}^{z_j} \rho_y \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dy dz \quad \text{--- (7)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_{ij} \Delta z B_{ij}) - (CB)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial t} + (CB)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial t} \\ + \frac{\partial}{\partial x} (u_{ij} C_{ij} \Delta z B_{ij}) - (uCB)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial x} + (uCB)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial x} + (w_{ij} C_{ij}) B \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int k_x \frac{\partial C}{\partial x} dy dz - \left(\int k_x \frac{\partial C}{\partial x} dy \right)_{z_j} \frac{\partial z_j}{\partial x} + \left(\int k_x \frac{\partial C}{\partial x} dy \right)_{z_{j+1}} \frac{\partial z_{j+1}}{\partial x} + k_z \frac{\partial C}{\partial z} B_{ij} \right\} \quad \text{--- (8)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_m u_{im} \Delta z B_{im} \right) / B_s = 0 \quad \text{--- (9)}$$

なおC(Cl濃度)とPの関係は、 $P = 1 + 10^3 (-1.71040/659 + 1.37496634602 + 1.66809591402^2)$ で示される。これらの式を用い、未知数 u , v , w , P および H , C を求める。なお底力 τ および τ , 拡散係数 k については、Dandouffモデルによるもの(日野他1975)を拡散解析としての採用、現在得られている成層密度流の界面抵抗、連行係数、乱流スペクトルを用いた拡散係数等をアレンジした場合などについて計算を行ない、比較検討を行なっている。計算法の詳細と計算結果、および考察は、講演時に発表する。