

はり付き板の塑性解析法(その1)

九州大学 学芸員 田島弘康

九州大学 正員 今井富士夫

九州大学 正員 太田俊昭

1. まえがき

橋梁の鋼床版には、一般に補剛材で補強された補剛板構造が用いられる。補剛板構造の解析法としては、これを板とはり(補剛材)から成る構造物として取り扱う手法が最も忠実な解析法である。しかしながらこのような手法では、補剛材の配置にあわせて要素の分割を細かくする必要があり、行列次数や計算時間が増大する。これに対して補剛材の影響を単純化して板剛性に組み込む直交異方性理論は、補剛材も一つの板として解析できるので、行列次数や計算時間は、前記のはり・板解析に比べて大幅に減少する。ところで山本等は¹⁾この両者と補剛材が板に対して上下対称、すなわち偏心のない構造で塑性解析を行い、解の比較検討をしているが、実際の構造では、使用上の制約から片面補剛になっていることが多く、その場合の比較は行われていない。そこで本報告では、この片面補剛構造について両者の比較検討を行うものである。

2. 解析理論

ここでは、Fig. 1に示すような一方に平行で等間隔に配置された補剛材によって補強された片面補剛板も考える。

2.1 はりと板の一併解析法

片面補剛板では、荷重が板面に垂直な方向のみには作用した場合でも、板部分の中央面は変形する。そのため、このような構造物の解析では、板には面外に加え、面内変形も考えなければならない。すなわち板の弾塑性剛性方程式は式(1)のように示される。(詳細は文献²⁾参照)

$$F^* = K_p^* u^* \quad (1)$$

ここに、 $F^* = [F_x, F_y]^T$ 、 $u^* = [u_x, u_y]^T$ 添字 S, B は各々面内、面外を示す。

また、 K_p^* は弾塑性剛性行列である。ここでは、塑性問題は面内面外を互いに独立とし、面内についてはこれを無視した。

次に補剛材すなわち、はりの弾塑性剛性方程式は、ねじりを無視し、曲げと軸力のみを考慮し、次式で表わす。

$$F_q = K_q u_q \quad (2)$$

ここに、 K_q ははりの弾塑性剛性行列である。

式(2)ははりの中立軸における剛性方程式であり、式(1)と式(2)を重畳させるためには、式(2)も板の中立軸における変位で表わさなければならない。すなわち、板とはりの力と変位の関係はFig. 2から次のように表わせる。

$$u_q = S u^*, \quad F^* = S^T F_q \quad (3)$$

よって式(3)より式(1)は板の中立軸の変位で表わすことができる。すなわち、

$$F^* = S^T K_q S u^* \quad (4)$$

式(1)と式(4)より、補剛板の弾塑性剛性方程式が求まる。

2.2 直交異方性理論

直交異方性理論による板の塑性解析は、山本等が提案しているように、等方性板の塑性解析における剛性行列

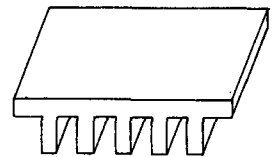


Fig. 1

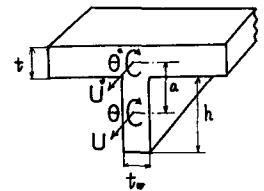


Fig. 2

および、塑性条件を変更すれば、等方性板解析の手法がそのまま適用できる。

可能な場合異方性板のモーメント-曲率の関係は

$$\tilde{M} = D \varepsilon \quad (5)$$

$$\text{ここに、} \tilde{M} = \{M_x, M_y, M_{xy}\}^T \quad \varepsilon = \{-\partial^2 w / \partial x^2, -\partial^2 w / \partial y^2, -2\partial^2 w / \partial x \partial y\}$$

また剛性行列 D は、

$$D = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D_x + D_y}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} D_x &= D + \frac{EI}{f} + \frac{EtZ_1^3}{1-\nu^2} + \frac{EA_w V_x^2}{f} & D_y &= D \\ D_y &= \frac{1-\nu}{2} D + \frac{EtZ_1^3}{4(1+\nu)} & D_{xy} &= \frac{1-\nu}{2} D & D_1 &= \nu D \end{aligned}$$

ここに、 $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 、 Z_1 は Fig. 4 に示す断面図心から板の中立軸までの距離、

V_x は断面図心から補剛材中立軸までの距離、 I は補剛材の断面二次モーメント

A_w は補剛材断面積、 f は補剛材間隔である。

次に補剛材の降伏条件は、逆モーメントが M_{py} に達したとき、塑性レンジが生じるものとする。ここに、

$$M_{py} = M_{px} \sin^2 \phi + M_{py} \cos^2 \phi \quad (6)$$

M_{px} は軸回り x 方向の全塑性モーメントで有効断面の全塑性

モーメントを単位幅に換算したものである。また M_{py} は x 軸回り y 方向の全塑性モーメントで $M_{py} = \sigma_y \cdot t \cdot b$ である。

3. 解析例

Fig. 5 に示すこの本の補剛材で補強された正方形片面補剛板の解析を行う。なお諸元は、 $I = 4.98 \text{ cm}^4$ 、 $M_{px} = 1005 \text{ kg}$ 、 $M_{py} = 158 \text{ kg}$ 、である。支持条件は四辺単純支持、荷重は等分布荷重である。

Fig. 5 は荷重-たわみ曲線である。終局耐力は両者ともよく一致しており、弾性のたわみに関しても一併解析に比べ異方性解析の方が大きめにでているが、ほぼ同様の挙動を示している。また初期降伏以降の挙動もほぼ一致している。Fig. 6 は破壊過程を示したものである。一併解析の破壊過程を見ると、はりが降伏したのちに板に塑性レンジ線が生じて破壊に至っている。

これに対し異方性解析では、はりの降伏過程は表現できないが、その破壊過程は同様の傾向を示し、終局時の破壊パターンもほぼ一致している。

4. あとがき

片面補剛板の塑性挙動を、はりと板の一併解析法と異方性解析法とで追跡した。その結果、終局耐力、破壊過程ともに両者はよく一致することが判明した。

参考文献

- 1) 山本他：造船学会論文集第147号、1980
- 2) 田島、今井、太田：土不学会西部支部講演集、1982
- 3) Morley, L.S.D.: J. Strain Anal., Vol. 6, 1971

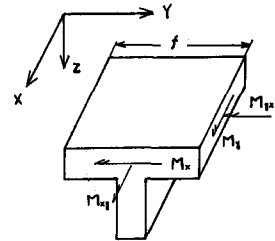


Fig. 3

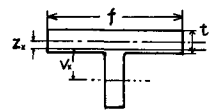


Fig. 4

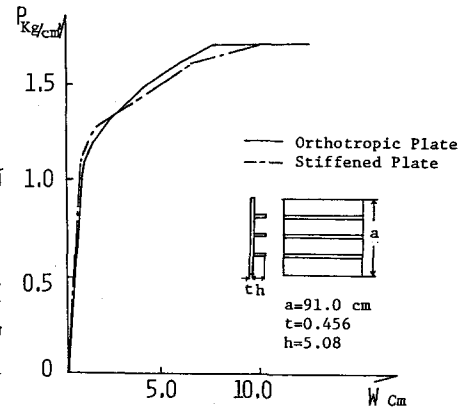
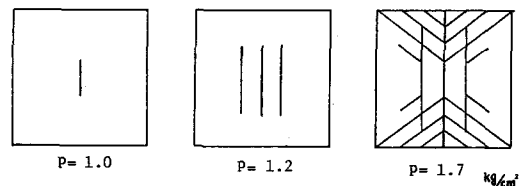
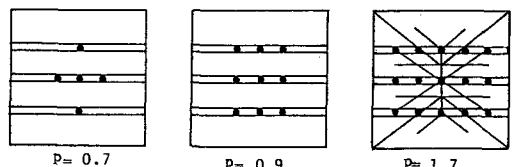


Fig. 5



(a) Orthotropic Plate



(b) Stiffened Plate

Fig. 6