

骨組構造物の最適形状設計に関する一考察

熊本大学工学部 正 員 小林一郎

熊本大学大学院 学生員 ○西野豊浩

熊本大学工学部 正 員 三池亮次

1. はじめに 構造物の部材断面(Sizing)の最適値だけでなく、最適形状(optimal configuration, geometry)を自動的に得ようとする研究も、最適設計における主要課題の一つである。最近では、Sakaki等の直接剛性法を用いた研究が多く発表されている。わが国では、節点を設計変数とするピン結合トラスの最適設計定式化についての太久保²⁾の研究がある。また、接続マトリックスを用いた定式化としては、吉本³⁾の報告がある。接続マトリックスを用いると、剛結骨組構造における座標を設計変数とする最適形状設計の定式化が組織的になって容易であり、この解法は、太久保によるピン結合トラスの最適形状設計の基礎式を一般化したものとなっている。本報告では設計変数、制約条件の違いによる骨組構造物の最適形状の相異を検討する。

2. 感度係数 接続マトリックスを用いると、S-LP法が必要となる感度係数の算出が、マトリックス演算のみで処理することが可能である。外力 P と部材端断面力 R_m は、次のように陽形式に結びつけられる。

$$P = C R_m \text{----- (1)} \quad , \quad R_m = K_m C^t (C K_m C^t)^{-1} P = K_m C^t G^{-1} P = A P \text{----- (2)}$$

ただし、 C は接続マトリックス、 K_m は剛性マトリックスである。また、内部応力度 σ_m と R_m の間に $\sigma_m = D_m R_m$ なる関係があるものとすれば、設計変数 X による内部応力度の感度係数は次式の様に求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_m}{\partial X} &= \frac{\partial D_m}{\partial X} R_m + D_m \frac{\partial R_m}{\partial X} \\ &= \frac{\partial D_m}{\partial X} R_m + D_m (I - AC) \frac{\partial K_m}{\partial X} C^t G^{-1} P + D_m \{B' - A(B + B^t)\} G^{-1} P \text{----- (3)} \end{aligned}$$

$$\text{ここに、} \quad B = C B' = C K_m \left(\frac{\partial C}{\partial X} \right)^t \quad , \quad I = \text{単位マトリックス}$$

式(3)は、一般式であり、剛結骨組構造にも適用できる。なお、設計変数 X としては、節点座標であっても部材断面に関するものであってもよいが、後者の場合は、式(3)の右辺第3項は0となる。

3. 設計変数と制約条件 部材断面に関する設計変数としては、次の2ケースとした。ただし、 r は最小回転半径であり、部材幅 b は全部材 i とつの変数とする。

Case. 1: 断面積 A_i , 細長比 λ_i ($i=1, 2, \dots, m$)

Case. 2: 断面積 A_i , 細長比 λ_i , 断面係数 $F_i (= b/2r)$, 部材幅 b ($i=1, 2, \dots, m$)

ただし、 m は部材の総数である。また、制約条件は、極力、道路橋示方書(55年版)に従うものとする。

Case. 1: (a) 応力制限 $\sigma_{ca} \leq \sigma \leq \sigma_{ta}$ ----- (4)
ただし、 σ_{ca} , σ_{ta} は圧縮、引張の許容応力度

(b) 細長比制限 $\lambda_0 \leq \lambda \leq 120 \text{ or } 200$ ----- (5)
ただし、 λ_0 は面外座屈防止の条項より求められる定数

Case. 2: 上記の条件に下記の条件を加える。

(c) 板厚制限 $t_1 \geq 0.8 \text{ cm} \quad , \quad t_2 \geq 0.8 \text{ cm}$ ただし、 t_1 : フランジの板厚 ----- (6)
 t_2 : ウェブの板厚

なお、目的関数は体積最小である。

4. 数値解析例 図-1の6パネル平行弦ワレントラスについて、前記の2つのケースの解析を行なった。ただし、荷重は $P_1=51.163\text{ ton}$, $P_2=72.497\text{ ton}$ を与え、鋼材はSS41を使用し、 $\sigma_{ia}=1400\text{ kg/cm}^2$ である。断面型は、斜材のうち引張材のみをH型とし、他は箱型とする。

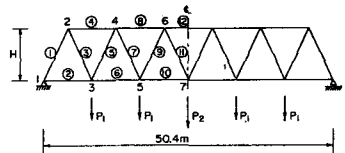


図-1. 解析モデル

(1) 部材断面の最適設計 表-1は、主構高 $H=9\text{ m}$ のときの最適解

である。表中、*印は、式(4)~(6)の制約条件の上限ま

たは下限の値になっていることを示す。主構重量は、

Case1では $W^{opt}=15.37\text{ ton}$, Case2では $W^{opt}=19.27\text{ ton}$

となり、前者に比べ後者は25%程度大きい。これは、

(a) Case1では、全部材が全応力設計になっているの

に対し、Case2では、細長比制限と板厚制限のため

全応力にならない部材(②,⑨,⑩)が存在する。(b)圧縮

部材の許容応力度 σ_{ia} が細長比入の関数となっており、

かつCase1とCase2の細長比の下限の値が異なるため、全応力となる断面積 A が異

なってくるためである。なお、部材④が正方等厚な断面となり、最適断面幅は b^{opt}

$=36.8\text{ cm}$ となった。図-2は、図-1の主構高 H を変化させて解析を行ない、それ

ぞれの最適重量 W^{opt} をプロットしたものである。Case1では最適主構高 $H^{opt}=12\text{ m}$

であるのに対し、Case2では $H^{opt}=9\text{ m}$ である。

(2) 最適骨組形状設計 図-1において、次の2つのモデルを考え、それぞれ

Case1とCase2について解析する。

Model.1; 設計変数として、節点2,4,6のY座標を追加する。

Model.2; 設計変数として、節点2,4,6のX・Y座標を追加する。

図-3は、最適骨組形状である。Case1では、主構高が高く、斜材がす

べて引張部材となり、初期形状とは異質の構造となるのに対し、Case2

では、突橋に近い曲弦トラスになる。これは、解析例(1)で述べた様に、

前者は全応力設計になっているが、後者では必ずしもそうしないため

である。さらに、最適骨組形状設計において、突橋をモデルとする際

には、制約条件として、細長比・板厚等を考慮する必要があろう。

表-2は、model.1, model.2および解析例(1)の H^{opt} の時の主構重量を比

較したものである。model.1とmodel.2とでは、主構重量に大差がなく、

トラス橋の最適骨組形状設計においては、Y座標を設計変数として追加

するだけで十分と思われる。また、Case2において、model.1の主構

重量と H^{opt} のそれを比較した場合、後者が前者より3%程度大きいたけ

である。つまり、ワレントラスの最適骨組形状は、節点座標を設計変

数とするまでもなく、 H^{opt} で決

定してもよいと思われる。詳細

は、講演時に報告する。

部材	断面積 A (cm ²)		細長比入		板厚 (cm)		部材高 h (cm)
	CASE.1	CASE.2	CASE.1	CASE.2	t ₁	t ₂	
1	*112.2	*147.2	*24.4	*63.0	*0.8	1.1	40.7
2	*46.2	73.3	*200.0	*200.0	*0.8	*0.8	9.0
3	*109.2	*109.2	*200.0	*200.0	1.8	*0.8	27.2
4	*94.9	*117.7	*24.4	*55.9	*0.8	*0.8	36.8
5	*70.8	*106.8	*24.4	79.2	*0.8	*0.8	30.0
6	*121.5	*121.5	*200.0	*200.0	*0.8	2.9	10.3
7	*68.9	*68.9	*200.0	*200.0	0.9	*0.8	23.4
8	*154.7	*185.6	*24.4	*51.4	*0.8	1.4	44.3
9	*29.3	89.0	*24.4	*120.0	*0.8	*0.8	18.8
10	*162.7	*162.7	*200.0	*200.0	*0.8	4.7	11.1
11	*28.6	66.3	*200.0	*200.0	*0.8	*0.8	23.1
12	*179.6	*214.0	*24.4	*50.5	*0.8	1.7	46.3

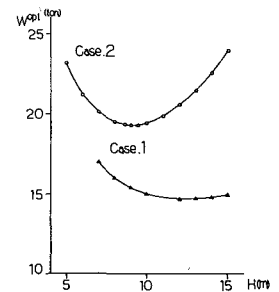
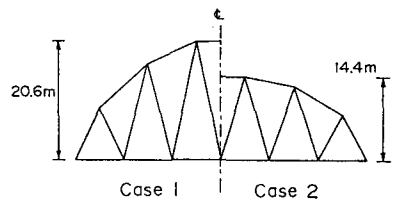
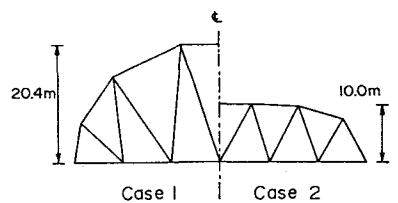


図-2. H と W^{opt} の関係



Model 1



Model 2

図-3. 最適骨組形状

	MODEL.1	MODEL.2	(H OPT)
CASE.1	10.07	9.61	14.66
CASE.2	18.76	18.30	19.29

参考文献 1) Saka, M. P. 「Shape Optimization of Trusses」 ASCE, ST5, 1980

2) 大久保 禎二 「トラス構造物の最適設計法に関する研究」 土木学会論文報告集, 第177号, 1970年

3) 吉本, 三池 「接続マトリクスによる剛結を考慮した骨組構造物の最適設計」 熊本学報告, 第25巻2号, 1976年