

影響線を考慮した2ヒンジアーチの最適設計

熊本大学工学部 正 員 小林一郎

" 学生員 〇杉野 朗

" " 八木章久

" 正 員 三池亮次

1 まえがき 接続マトリックスを用いた構造解析法によれば、部材断面力、変位、支点反力等の影響線が容易に求められる。トラス橋にこれを適用し、最適設計を行なったものは、すでに報告の通りであるが、今回は、剛結構造における影響線解析の手法と最適設計への応用について報告する。

2 影響線マトリックス 外力 P 、部材断面力 P_m 、接続マトリックス C 、剛性マトリックス K_m より、次式が成り立つ。

$$P = C P_m \quad \text{----- (1)} \quad P_m = C^t K_m (C K_m C^t)^{-1} P = A P \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 A マトリックスが部材断面力の影響線マトリックスであり、各行ごとに要素を抜き出せば、任意の部材の影響線の縦距が求められる。

今、 i 部材の軸力と曲げモーメントに関する縦距のベクトルを Q_N 、 Q_M とし、断面積を A_i 、断面係数を W_i とすると、応力に関する影響線の縦距は、

$$Q_i = \frac{Q_N}{A_i} + \frac{Q_M}{W_i} \quad \text{----- (3)}$$

となる。応力については、 Q_N と Q_M のどちらか一方より求めるが、応力度の一方の絶対値が大きくなるものを Q とし、その部材最大応力を $\sigma_{i,max}$ とすると、

$$\sigma_{i,max} = Q^t E F \quad \text{----- (4)}$$

となる。ただし、 W_i を死荷重強度、 P を集中荷重強度、 P を分布活荷重強度とすると、 $F = [W_i P P]^t$ である。 E マトリックスは、 $E = [E_1 E_2 E_3]$ であり、影響線の正の面積と負の面積の差を A とすると、

$$A = Q^t E_1 \quad \text{----- (5)}$$

となっていなければならない。つまり、隣り合う縦距で囲まれた台形の面積を求めるため、 E の各要素には、隣り合う縦距の距離に係数(通常は $1/2$)をかけたものがはいつている。アーチリブの場合、各部材長に方向余弦をかけたものが縦距間の距離となる。節点変位を d とすると、

$$d = (C K_m C^t)^{-1} P = G^{-1} P \quad \text{----- (6)}$$

となる。式(6)における G^{-1} マトリックスも A と同様影響線マトリックスと言えるものであり、任意の節点の縦距のベクトルを Q_d とし、最大節点変位を $d_{i,max}$ とすると、

$$d_{i,max} = Q_d^t E F' \quad \text{----- (7)}$$

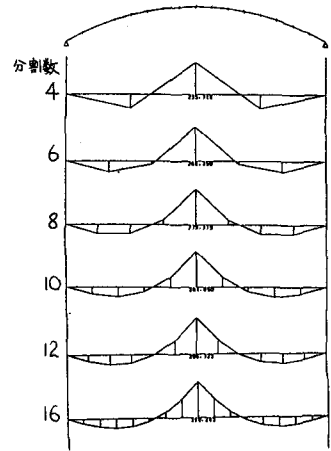


図-1 中央点の曲げモーメント影響線図(分割数による比較)

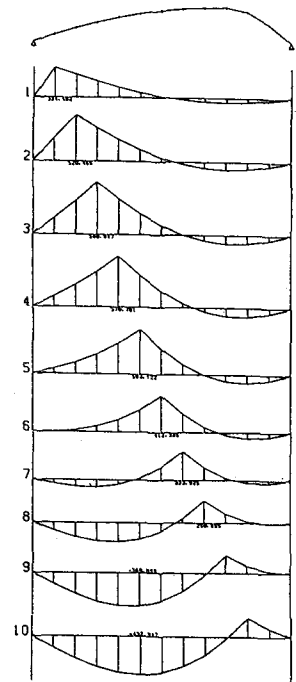


図-2 非対称構造の曲げモーメント影響線図

となる。ただし、変位は活荷重のみについてチェックするものとして $\mathbf{P}' = [\mathbf{P} \quad \mathbf{P}]^t$ とする。 $\mathbf{E}$ は $\mathbf{E}$ と同様のマトリックスである。また変位については、全節点で一ヶ所チェックすればよいので、

$$d_{\max} = \max(|d_{1,\max}|, |d_{2,\max}|, \dots) \quad \text{-----(8)}$$

より求まる。以上、式(4)、(8)より、部材最大応力と最大変位が一連のマトリックス演算のみによって得られる。

図-1は、部材の分割数による影響線図の変化を示したものであり、支間中央点の曲げモーメント影響線図を示してある。2ヒンジャーチについては、10分割以上であれば、理論解との差は無視できると思われる。図-2は、非対称な構造の曲げモーメント影響線図であるが、これも、式(2)の $\mathbf{A}$ マトリックスより容易に求めることができる。

最適設計においては SLP 法(反復線形計画法)を使用するため、式(4)、(8)の $\sigma_{i,\max}$ 、 $d_{\max}$ の感度係数を算出する必要があるが、それらは、すべて解析的に求めることができる。式(4)、(8)を設計変数 X について微分すると、次式の通りである。

$$\frac{\partial \sigma_{i,\max}}{\partial X} = \frac{\partial \mathbf{L}^t}{\partial X} \mathbf{E} \mathbf{F} + \mathbf{L}^t \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial X} \mathbf{F} \quad \text{-----(9)}$$

$$\frac{\partial d_{\max}}{\partial X} = \frac{\partial \mathbf{L}^t}{\partial X} \mathbf{E}' \mathbf{F}' + \mathbf{L}^t \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial X} \mathbf{F}' \quad \text{-----(10)}$$

ここで、 $\frac{\partial \mathbf{L}^t}{\partial X}$ 、 $\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial X}$ は $\mathbf{A}$ と $\mathbf{G}$ のマトリックスの感度係数より得られる。また、 $\mathbf{E}$ と $\mathbf{E}'$ の感度係数は、実際には無視できる量であるので、今回は計算しない。

3 最適設計 スパンし、ライズ f の円弧アーチ(あるいは放物線アーチ)について、(a)パイプ(設計変数: 外径 R 、内径 S 、ただし、 R は全部材共通の変数) (b)箱型(設計変数: 部材幅 B 、断面積 A 、細長比 λ 、部材高 H 、ただし、 B は全部材共通)の断面の最適設計を行なう。図-3~図-6に示したのは、10分割円弧ア

ーチの軸力、曲げモーメント、応力及び節点変位の影響線図である。図-6において、偶数は X 方向、奇数は Y 方向の変位を表すが、No.6(3点の Y 方向)の影響線図の負の面積が最大となるので、これを $d_{\max}$ とする。

制約条件としては、(a) $\dots$ (1)応力制限 $\sigma_{i,\max} \leq \sigma_a$ 、(2)変位制限 $d_{\max} \leq d_a = L/600$ 、(3)板厚制限 $R - S_i \geq t_a$ (b) $\dots$ (1)応力制限、(2)細長比制限 $\lambda \leq 200 \text{ or } 120$ (3)板厚制限 $t_f, t_w \geq 0.8 \text{ cm}$ (4)部材の面外座屈防止の条件 $I_y \geq I_x$ を用いる。 σ_a 、 d_a 、 t_a はそれぞれ応力、変位、板厚の制限値で、 t_f 、 t_w はフランジとウェブの板厚、 I_y 、 I_x は面内と面外の2次モーメントである。目的関数は、(a) $W = \sum (R - S_i) L_i$ (b) $W = \sum A_i L_i$ である。

数値計算例については、講演時に報告する予定である。

参考文献: 1)リアスレー, R.K. 「マトリックス構造解析入門」(培風館)

2)小林, 三池 「任意骨組構造解析への接続マトリックスの応用」熊大工学部研究報告(投稿中)

3)小林, 三池 「影響線マトリックスと最適設計」*37回土木学会年次学術講演会概要集

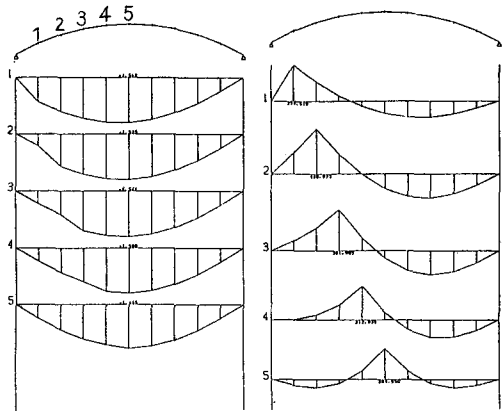


図-3 軸力影響線図

図-4 曲げモーメント影響線図

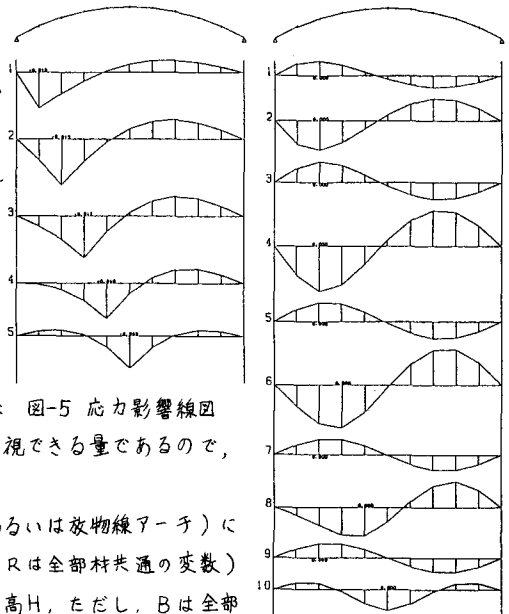


図-5 応力影響線図

図-6 変位影響線図