

プレートガーダーの腹板の動的安定問題

長崎大学工学部 学生員 松川 徹
 長崎大学工学部 学生員 松岡 正人
 長崎大学工学部 正 員 高橋 知雄

1. まえがき プレートガーダー橋に列車荷重などの動的な荷重が作用すると、腹板の上部、フランジとの溶接部分に疲労クラックが生ずることが知られている。この原因はプレートガーダーの腹板に面外変形が生ずるものとされている。面外変形の要因としては腹板の初期変形や面外パラメーター励振が挙げられている。面外パラメーター励振問題としての解析は倉西らによってシミュレーション計算が行われているのみで、未だ解析的な取り扱いはないようである。そこで、本研究はプレートガーダーの腹板を鉛直補剛材で区切られた薄板の動的安定問題として解析するものである。

2. 解法 図-1に示すようにプレートガーダーの腹板を鉛直補剛材で区切られた一枚の長方形と考える。この腹板に死荷重による曲げモーメントおよび移動荷重による変動曲げモーメントの和 M が作用する。主桁全体の面内固有振動と一枚の長方形板の面外固有振動との関係によって面外曲げ振動が生ずると考えられる。長方形板の境界条件は荷重辺を単純支持、プレートガーダーとの溶接部を固定もしくは単純支持とする。この場合の長方形板の面外振動の運動方程式は次のとおりである。

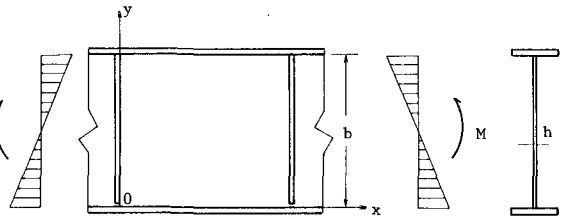


図-1 プレートガーダーの一般図

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^4 w - (\sigma_0 + \sigma_k \cos \lambda x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 ρ : 板の密度、 h : 板厚、 w : 変位、 t : 時間、 $D = Eh^3 / (12(1-\nu^2))$: 板剛度、 E : ヤング率、 ν : ポアソン比、 $\sigma_0 = \frac{M_0}{hb^2} (1-2\frac{x}{a})$: 静的曲げ応力、 M_0 : 死荷重による曲げモーメント、 $\sigma_k = \frac{M_k}{hb^2} (1-2\frac{x}{a})$: 変動曲げ応力、 M_k : 変動曲げモーメント、 b : 腹板の高さ

式(1)の解を次のように仮定する。 $w = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(x) \sin \frac{n\pi y}{b} W_n(y) \quad (2)$ ここに、 $T_n(x)$: 未知の時間関数、 M : x 方向の振数、 Q : 鉛直補剛材間隔、 $W_{np} = \sin \frac{n\pi y}{b}$ (単純支持SS)、 $W_n = \sum_{r=1}^{\infty} A_r \{ \sin(\frac{n-1}{2}\pi y) - \sin(\frac{n+1}{2}\pi y) \}$ (固定の場合SC) 式(2)を式(1)に代入して Galerkin 法を適用すれば、次のような運動方程式がえられる。

$w^T [A] \{\ddot{T}_n\} + [B] \{T_n\} + [M] \{C\} + F_k [D] \cos \lambda x \{T_n\} = \{0\} \quad (3)$ ここに、 $w = \Omega / \omega_i$: 振動数比、 ω_i : 1 次の固有振動数、 $F_0 = M_0 / M_{cr}$ 、 $F_k = M_k / M_{cr}$ 、 M_{cr} : 板の面内曲げによる座屈荷重、 $[A]$ 、 $[B]$: 対角行列、 $[C] = [D]$: 定積分 $I_{na} = \int_0^a (1-2\frac{x}{a}) W_n W_a dy$ を要素の一部とある行列と対角線要素はゼロである。

式(3)の解を次のように仮定する。 $\{T_n\} = e^{\lambda t} \{ \frac{1}{2} b_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \sin m\tau + b_m \cos m\tau) \} \quad (4)$

ここに、 b_0 、 a_m 、 b_m : 未知のベクトル、 λ : 未知定数

式(4)を式(3)に代入すれば次のような2倍サイズの固有値問題に変換される。

ここに、 M_0 、 M_k 、 M_{cr} : 係数行列、 $X = \{b_0, b_1, b_2, \dots, a_1, a_2, \dots\}^T$ 、 $Y = \lambda X$

式(5)の固有値の性質を明らかにすることによって解の安定性が直接明らかにされる。

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ M_0 M_1 & -M_1 M_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} \quad (5)$$

3. 数値結果 リ初期荷重の影響 図-2,3は単純支持(SS)および固定(SC)の場合に対する初期荷重による正方形板の固有振動数の変動を示す。横軸は固有振動数を1次固有振動数で無次元化した振動数比 $w = \omega_i / \omega_1$ で、縦軸は無次元初期荷重 F_0 である。記号(M, λ)のMは x 方向の振数で、 λ は振動の次数である。いずれの場合も $M=2$ の x 方向の振数2の場合が最低の座屈荷重を与える。 $M=1, 2, 3, 4$ の1次の固有振動数が初期荷重の影響を著しく受けて低下する。しかし、1次以外の振動数にはこのことは必ずしも成立せず、固有振動数がわずかに増加する場

合がある。一様圧縮力の場合と異なり、曲げモーメント荷重の特性と言える。

2) 不安定領域 図4は面内変動モーメント荷重を受ける単純支持正方形板の不安定領域である。図5は一様圧縮力の場合と比較・対照のために示したものである。斜線部分が不安定領域に示している。不安定領域に示した記号 $\omega_1^m + \omega_2^m, \omega_1^m, \omega_2^m$

などは和形の結合共振を示し $2\omega_1^m, \omega_1^m$ などは単純共振を示す。図4の面内曲げモーメント荷重の場合は係数行列[D]が対称行列でかつ歪対角線成分がゼロであるから、いわゆる直接項は存在しない。また単純共振よりも結合共振が重要であることが予想される。事実、図4に示すように和形の結合共振 $\omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2, \omega_1 - \omega_2$ の幅が広く低圧縮荷重を与えるほどこの結合共振の幅が最も広い。これに對して、単純共振の主要不安定領域は存在せず、狭い副不安定領域 ω_1^m, ω_2^m がえらわれている。図5の一様圧縮力を受ける場合には単純共振のみが存在し、結合共振は存在しない。図4,5の比較から明らかのように、負荷形式によらず不安定領域が著しく異なることは注目される。

4.まとめ 本研究によつて面内曲げモーメントを受ける長方形板の動的安定性解析のための定式化と若干の数値計算例を示した。他の境界条件の場合、不安定領域は長ばり減衰の影響および静曲げモーメント荷重の影響などは論議時に発表する。

<参考文献> 前田・大倉：プレートガーゲットの初期たわみと疲労亀裂発生との相関に関する研究，土木学会論文報告集，第347号，1982年3月，2) 西倉・嶋：曲げによるプレートガットのウェーブ振動についての研究，第37回土木学会年次学術講演会概要集，第1部，I-61，pp.121~122，1982

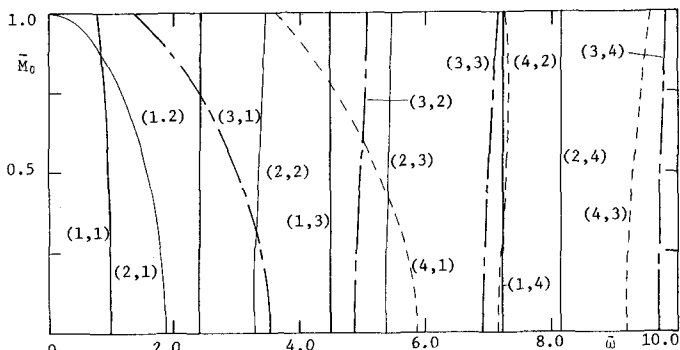


図-2 正方形板の固有振動数に及ぼす静荷重 $\bar{M}_0$ の影響，(S S)

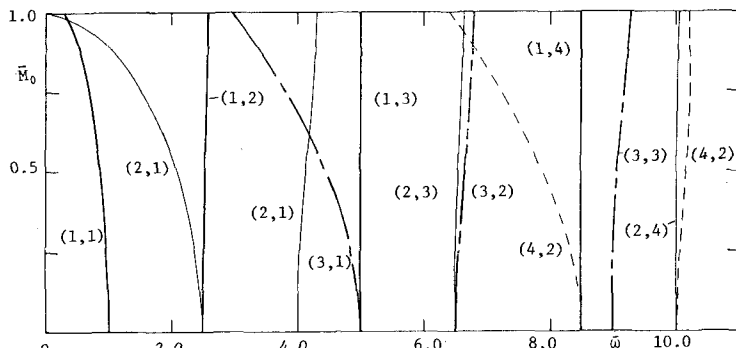


図-3 正方形板の固有振動数に及ぼす静荷重 $\bar{M}_0$ の影響，(S C)

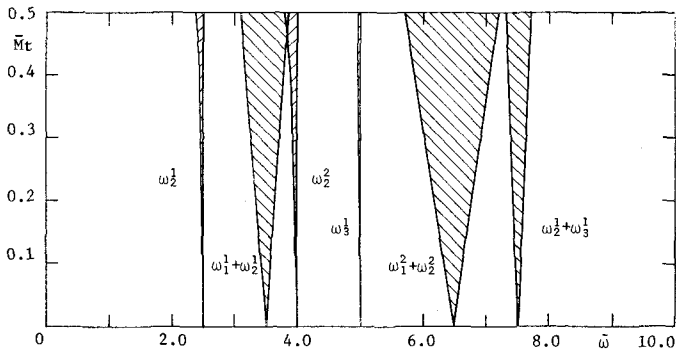


図-4 正方形板の不安定領域 (曲げモーメント荷重 $\bar{M}_t$, S S)

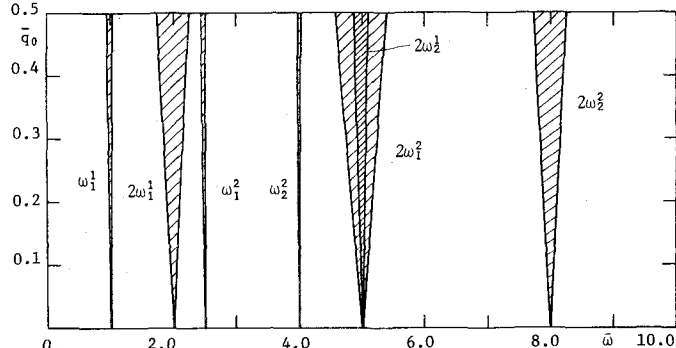


図-5 正方形板の不安定領域 (一様圧縮力 $\bar{q}_0$, S S)