多柱基礎の鉛直軸回りの捩り剛性

九州大学工学部　○学生員　若原敏裕
九州大学工学部　正会員　小坪清真
九州大学工学部　正会員　鳥野清
九州大学工学部　正会員　園田敏矢

1．まえがき　著者らは、前論[1][2][3]において、多柱基礎に対する橋方向群杭効果の理論的解析法について提案し、実験を行って理論値と実験値が、比較的よく一致していることを確かめた。本研究においては、多柱基礎が、その鉛直軸の回りに一様に捩られた場合の群杭効果を前論と同様に3次元弾性理論を用いて検討することにした。

2．解析上の仮定および諸条件　本研究における解析上の仮定は、(i)地盤は、単一な上層地盤と基盤からなる。(ii)上層地盤の上下変位は、水平変位に比べ小さいものとし無視する。(iii)地表面において、せん断応力が0となる解を導く。(iv)柱は鉛直で、円形断面を有し、下端は基盤に固定され、上端は剛な頂版に結合されている。(v)上層地盤と柱は、一体となって変形する。(vi)柱の捩れ変形による地盤の変形の相互作用は、柱の曲げ変形によるものに比べ小さいものとし無視する。

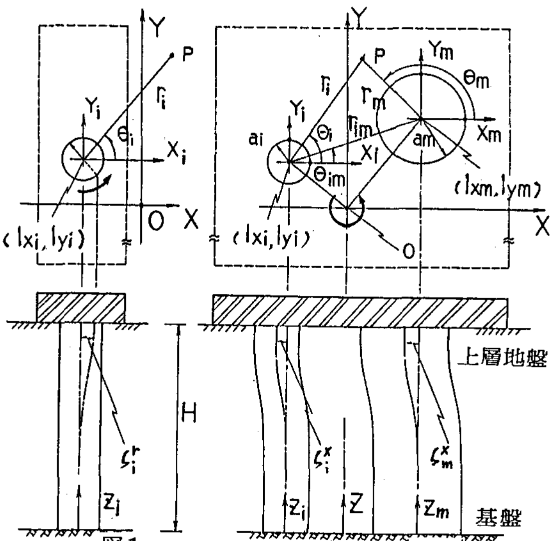

図1　図2

3．解析理論　柱の捩りに対する座標系、柱の曲げに対する座標系を図1，図2のように定める。全ての柱の円周方向の変位による地盤内の任意の点Pの半径方向，円周方向の変位を u_P, v_P とし，i 柱の捩り変形による点Pの円周方向の変位を v_{Pi}^r とする。各柱の半径を a_i，未定係数を ${}_kA_i^x$ ${}_kB_i^x$ とすれば、式(1)(2)(3)のように書ける。

$$u_P = u_{Pi} + \sum_{i\neq m} u_{Pm} = \sum_{k=1,3,5}^{\infty}\{{}_kU_i^x(r_i)\cos\theta_i + {}_kU_i^y(r_i)\sin\theta_i\}\sin\frac{k\pi z}{2H}$$
$$+ \sum_{i\neq m}\sum_{k=1,3,5}^{\infty}[\{{}_kU_m^x(r_m)\cos\theta_m + {}_kU_m^y(r_m)\sin\theta_m\}\cos(\theta_m-\theta_i)$$
$$-\{{}_kV_m^x(r_m)\sin\theta_m - {}_kV_m^y(r_m)\cos\theta_m\}\sin(\theta_m-\theta_i)]\sin\frac{k\pi z}{2H} \quad (1)$$

$$v_P = v_{Pi} + \sum_{i\neq m} v_{Pm} = \sum_{k=1,3,5}^{\infty}\{{}_kV_i^x(r_i)\sin\theta_i - {}_kV_i^y(r_i)\cos\theta_i\}\sin\frac{k\pi z}{2H}$$
$$+ \sum_{i\neq m}\sum_{k=1,3,5}^{\infty}[\{{}_kU_m^x(r_m)\cos\theta_m + {}_kU_m^y(r_m)\sin\theta_m\}\sin(\theta_m-\theta_i)$$
$$+\{{}_kV_m^x(r_m)\sin\theta_m - {}_kV_m^y(r_m)\cos\theta_m\}\cos(\theta_m-\theta_i)]\sin\frac{k\pi z}{2H} \quad (2)$$

$$v_{Pi}^r = \sum_{k=1,3,5}^{\infty} {}_kV_i^r(r_i)\sin\frac{k\pi z}{2H} \quad (3)$$

上式中で、

$${}_kU_i^x(r_i) = [{}_kA_i^x\{K_1({}_k\eta_i\eta_i^r) + {}_k\eta_i\eta_i^r K_0({}_k\eta_i\eta_i^r)\} + {}_kB_i^x K_1({}_k\psi_i\psi_i^r)]/\eta_i^r \quad (4)$$
$${}_kV_i^x(r_i) = [{}_kA_i^x K_1({}_k\eta_i\eta_i^r) + {}_kB_i^x\{K_1({}_k\psi_i\psi_i^r) + {}_k\psi_i\psi_i^r K_0({}_k\psi_i\psi_i^r)\}]/\eta_i^r \quad (5)$$
$${}_kV_i^r(r_i) = {}_kA_i^r K_1({}_k\psi_i\psi_i^r) \qquad (x = x, y \quad i = 1, 2 \cdots N) \quad (6)$$

ここに

$${}_k\psi_i = (k\pi/2)(a_i/H), \quad {}_k\eta_i = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}\,{}_k\psi_i \qquad \psi_i^r = \eta_i^r = r_i/a_i \quad (7)$$

Nは、柱本数，ν は、上層地盤のポアソン比，Hは上層地盤の深さである。$K_n()$ は、第2種第n次の変形ベッ

セル関数である。次に各柱に作用する単位長さあたりのx方向，y方向の土圧および土の振り抵抗は，式(1)(2)(3)を用いれば，式(8)(9)(10)のように表わすことができる。ここにσ_{pr}，$\tau_{pr\theta}$は，上層地盤中の点Pにおける垂直応力，せん断応力である。各柱の曲げおよび振りに対する弾性変形を支配する微分方程式は，柱の曲げ剛性をE_iI_i，柱の振り剛性をG_iJ_iとすれば，式(11)(12)のように示される。式(11)(12)の一般解は，それぞれ式(13)(14)のように示される。

$$P_i^x(z)=\int_{-\pi}^{\pi}\left[\sigma_{pr}\cos\theta_i-\tau_{pr\theta}\sin\theta_i\right]_{r_i=a_i}a_i\,d\theta_i \qquad (8)$$

$$P_i^y(z)=\int_{-\pi}^{\pi}\left[\sigma_{pr}\sin\theta_i+\tau_{pr\theta}\cos\theta_i\right]_{r_i=a_i}a_i\,d\theta_i \qquad (9)$$

$$P_i^r(z)=\int_{-\pi}^{\pi}\left[\tau_{pr\theta}\right]_{r_i=a_i}a_i^2\,d\theta_i \qquad (10)$$

$$(i=1,2,\cdots N)$$

$$E_iI_i\frac{d^4}{dz^4}\{\zeta_i^x(z)\}=P_i^x(z) \qquad (11)$$

$$G_iJ_i/a_i\frac{d^2}{dz^2}\{\zeta_i^r(z)\}+P_i^r(z)=0 \qquad (12)$$

$$\zeta_i^x(z)=\bar{A}_i^x\left(\frac{z}{H}\right)^3+\bar{B}_i^x\left(\frac{z}{H}\right)^2+\bar{C}_i^x\left(\frac{z}{H}\right)+\bar{D}_i^x+\sum_{k=1,3,5}^{\infty}{}_kY_i^x\sin\frac{k\pi z}{2H} \qquad (13)$$

$$\zeta_i^r(z)=\bar{C}_i^r\left(\frac{z}{H}\right)+\bar{D}_i^r+\sum_{k=1,3,5}^{\infty}{}_kY_i^r\sin\frac{k\pi z}{2H} \qquad (14)$$

$$(x=x,y,\quad i=1,2,\cdots N)$$

ここに，${}_kY_i^x$，${}_kY_i^r$，$\bar{A}_i^x$等は，境界条件から求まる未定係数である。

今，多柱基礎が頂板中心軸位置すなわち図2の原点Oを中心とし単位角だけ一様に振られた場合，(l_{xi},l_{yi})の位置にあるi柱は，円周方向にl_{ri}だけ変位し，図1のごとく単位角だけ振られる。i柱を円周方向にl_{ri}だけ変位させるのに必要なx方向，y方向の水平荷重をQ_i^x，Q_i^yとし，単柱を単位角だけ振るのに必要な振りモーメントをT_i^oとすれば，多柱基礎を構成する各柱の原点Oに関するモーメントM_iは，式(15)で示される。また，それぞれの柱が，単柱として変形する場合の単位の変位を生じるのに必要な水平荷重をQ_i^oとすれば，この場合の原点Oに関するモーメントM_i^oは，式(16)で示される。したがって，多柱基礎の振りに対する群杭効果は，式(17)で示される。柱に関する境界条件は，本研究においては，柱上端で，頂板に剛結されているので，回転角が0，x方向，y方向それぞれの水平変位をl_{xi}，l_{yi}とし，振り角を1とする。柱下端では，基盤に固定されているとする。この条件から，柱本数の2倍の元数をもつ連立方程式を解くことにより，各未定係数を決定できる。ここで柱配置の対称性を考慮すれば，より簡単に未定係数を決定できる。したがって，Q_i^x，Q_i^y，T_i^oは，次式で求まる。

$$M_i=l_{xi}Q_i^x+l_{yi}Q_i^y+T_i^o \qquad (15)$$

$$M_i^o=l_{ri}^2Q_i^o+T_i^o \qquad (16)$$

$$e_N=\sum_{i=1}^{N}M_i\Big/\sum_{i=1}^{N}M_i^o \qquad (17)$$

$$Q_i^x=(-6E_iI_i/H^3)\bar{A}_i^x,\quad Q_i^y=(-6E_iI_i/H^3)\bar{A}_i^y \qquad (18)$$

$$T_i^o=(G_iJ_i/a_iH)\bar{C}_i^r \qquad (19)$$

$$(i=1,2\cdots N)$$

4．数値計算結果および考察　本解析法により直径の等しい9本の柱からなる多柱基礎に対する群杭効果を，地盤と柱の相対的剛性の比$\alpha_o(=\pi d^4\mu/64EI)$，および柱の中心軸間距離と柱径との比$L/d$を，いろいろと変えて数値計算を行った結果を図3に示す。柱の上下端の条件は，上端回転拘束，下端固定とした。図3よりL/dの増加に伴い，群杭効果は，0.8～0.9付近の値に近づく，一般にα_oの値が大きい場合，群杭効果は，大きい値をとる。L/dが2～4の間では，柱自体の捩れ変形の影響が大きく，それとは，逆の傾向が見られる。

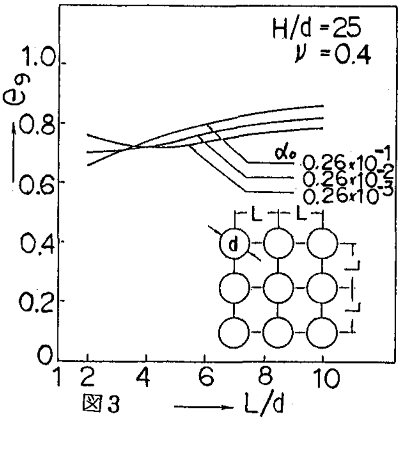

図3

（参考文献）(1)小坪，高西，烏野，園田；"多柱基礎の横方向荷重分担率と群杭効果" 土木学会論文報告集 No.312，1981，8，(2)小坪，高西；"横方向群杭効果の理論的考察" 土木学会論文報告集 No.241，1975，9 (3)小坪，高西，榎野；"多柱基礎の群杭効果におよぼす頂板の回転の影響" 土木学会論文報告集（ノート）No.323，1982，7