

結合解析法の立体薄肉構造物への適用について

熊本大学 正員 山尾敏孝
 熊本大学 学生員 小畑克己
 熊本大学 学生員 堀田守男
 熊本大学 正員 崎元運郎

1. はじめに

薄板から構成される圧縮部材では、全体座屈とともに局部座屈を生ずるいわゆる連成座屈が問題となる。しかし、部材全体を板要素に分割し解析することは、計算機の記憶容量、計算時間が膨大なものとなり問題が生じてくる。そこで、局部変形が大きく詳細な解析が必要な部分には板要素として細かく分割し、他の部分には棒要素を用いて有限要素法を適用し解析しようとするのが本解法である。着者は、先に平面応力問題に本法を適用した結果を報告し、板要素のみの解析法に比べ大幅に自由度が減らせ、計算時間も短縮できること等を明らかにした¹⁾。しかしながら薄肉立体構造物に適用する場合、結合部の応力やねじりが問題になると考えられる。本報告は、H形断面を有するはりに本法を適用した結果と従来の解析法の結果や理論値との比較検討を行ったものである。

2. 解析手法

構造物の剛性方程式は一般に式(1)であり、多点拘束式は式(2)で表わされる。

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (1) \quad [R]\{d\} = \{0\} \quad (2)$$

ただし、 $[K]$ は剛性マトリックスであり、 $[R]$ は仕様の拘束係数マトリックスである。また $\{F\}$ 、 $\{d\}$ はそれぞれ節点外力ベクトル、節点変位ベクトルである。ここで節点変位ベクトル $\{d\}$ が拘束条件により、独立節点変位ベクトル $\{d_n\}$ と従属節点変位ベクトル $\{d_m\}$ の2つに分けられることより、 $\{d_m\}$ は式(3)で表わされ、式(1)も $\{d_n\}$ と $\{d_m\}$ により式(4)のように表わされる。

$$\{d_m\} = [G_m]\{d_n\} \quad (3) \quad \begin{Bmatrix} \bar{F}_n \\ F_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{K}_{nn} & K_{nm} \\ K_{nm}^T & K_{mm} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d_n \\ d_m \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ただし $[G_m]$ は後に示すが、ここでは結合マトリックスとよぶ。式(4)の $-$ は剛性マトリックスの縮小により置き換えられることを意味する。次に釣合いた式(4)に、拘束係数に比例する拘束力 $\{8_m\}$ を加え、最終的に $\{d_m\}$ 、 $\{8_m\}$ を消去すれば次式が得られる¹⁾。

$$\{F_n\} = [K_{nn}]\{d_n\} \quad (5) \quad \left. \begin{aligned} \text{ただし } [K_{nn}] &= [\bar{K}_{nn} + K_{nm}G_m + G_m^T \bar{K}_{nn}^T + G_m^T K_{nm} G_m] \\ \{F_n\} &= \{\bar{F}_n\} + [G_m]^T \{F_m\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

以上により剛性マトリックス $[K]$ の分割と式(3)、(6)の演算で拘束処理ができ、独立節点での変位を未知数とする剛性方程式が得られる。

3. 解析モデルと結合マトリックス $[G_m]$

H形断面の単純ばりを例にとれば、板要素と棒要素からなる結合解析モデルは図1のようになる。板要素の部分は、1節点3自由度を持つ平面応力三角形要素と1節点3自由度を持つ平板曲げ三角形要素を組み合わせたものであり、棒要素は、ねじりを考慮する必要性より1節点7自由度を持つ薄肉断面はり要素を用いる²⁾。両要素の自由度は結合部で一致しないが、適合条件により結合マトリックスを求めて、両者の結

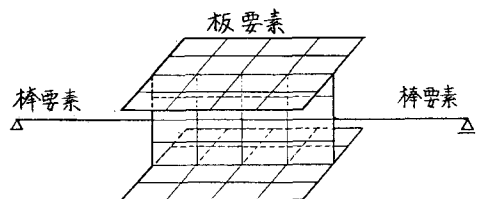


図1 結合解析モデル

合を計る。結合マトリックス[Gm]は次のようにして求める。
 棒要素の1節点の自由度は7であるから節点7の未知変位は

$$u_7, v_7, w_7, \theta_{x7}, \theta_{y7}, \theta_{z7}, \theta'_{x7}$$

である。(図2) 今、図2における結合部分の従属節点は、節点7を除く他の12節点であることから、これらの従属節点を平面保持の仮定を用いて節点7の変位で表わす。特に上・下フランジ部はねじりによるそり変位を考慮すると、各々の節点変位は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} u_i &= u_7 - Y_i \theta_{x7} + Z_i \theta_{y7} - Y_i Z_i \theta'_{x7}, & v_i &= v_7 - Z_i \theta_{y7} \\ w_i &= w_7 + Y_i \theta_{x7}, & \theta_{xi} &= \theta_{x7}, \theta_{yi} = \theta_{y7}, \theta_{zi} = \theta_{z7} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$i=1 \sim 13$ (結合点は除く)

Y_i, Z_i はx軸上の結合点から各々の節点までの距離である。これらをマトリックス表示すれば[Gm]が求まる。

4. 数値計算

図3はH形断面の片持ばりについて骨組解析(I)、板要素解析(II)、結合解析(III)のモデル化の一例を示してある。はりの断面寸法、ヤング係数(E)、ポアソン比(ν)は図中に示したものをを使用した。またスパン長 l は100~400cm、要素分割はフランジ部で4~8分割、ウェブは4分割とし、集中、等分布およびねじり荷重等と作用させて解析した。なお計算にはすべて三角形要素を平均した矩形要素を板要素では用いた。表1は図3のモデルで解析法を比較したもので、 $l=100\text{cm}$, $l'=30\text{cm}$, 分割はウェブ、フランジとも4分割である。解析法(II)は(II)に比べ節点数が半分以上にもかかわらず、たわみははり理論値と良く一致し、計算時間は否に短縮できていることがわかる。なお(II)によるたわみはせん断変形の影響が表われていると思われる。図4は同はりの結合断面($l'=30\text{cm}$)における応力分布を示したもので、直応力、せん断応力ともはり理論値と比較的良好一致がみられる。図5は同じ片持ばりで、分割数及び結合位置を変化させた時の精度を調べたものである。また単純ばりの場合でも同様な結果が得られた。なおねじり荷重が作用した場合の解析結果については講演当日発表する予定である。

参考文献

1) 山尾 清元:
土木学会西部支部
発表会講演集
1982.2

2) 山尾 他:
土木学会第35回
年次講演概要
1980.9

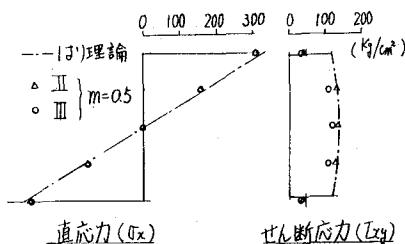


図4 結合断面の応力分布

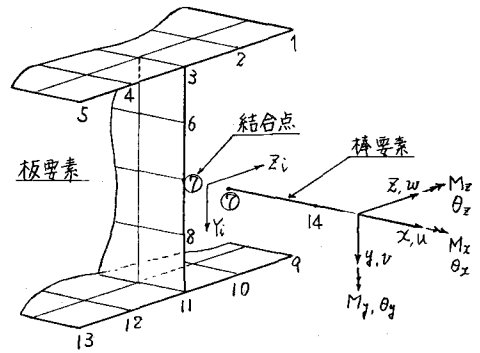


図2 結合部分

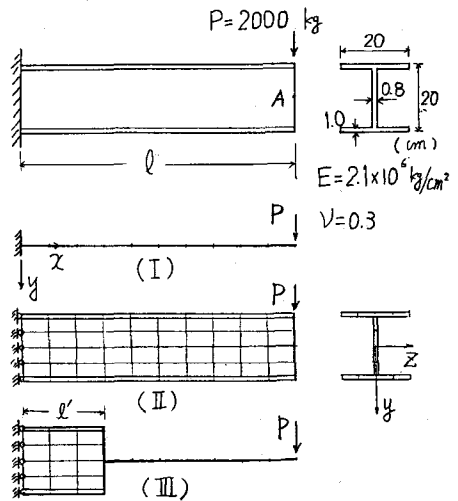


図3 片持ばり

表1 解析法の比較

	節点数	端部Aのy変位 w_A (cm)	精度 $w_A / w_{理論} \times 100 (\%)$	計算時間 (秒)
はり理論		0.0793		
解析法(I)	11	0.0785	99.0	12.2
"(II)	143	0.0894	112.7	90.3
"(III)	59	0.0784	98.9	29.7

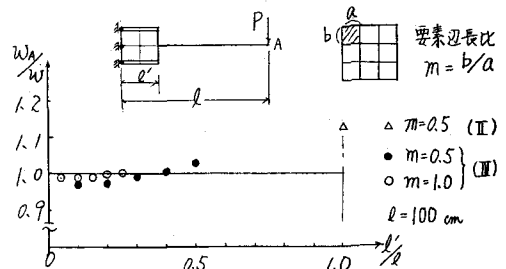


図5 結合点の位置と精度