

九州大学工学部 正員 山内 豊聡
同 学生員 坂井 晃

1. まえがき

相対密度(密度指数)は、砂の力学的特性を表わすパラメータであり、その決定のために最大密度・最小密度試験方法が提案されている。しかしながら、任意の応力下においては上述で求めた e_{max} は存在せず、($e_{max}-e_{min}$)の値も圧縮応力に依存する量である。このことから、拘束圧依存性に着目して定義された相対密度は、圧縮性の大きい砂に対してより有用であると考えられる。本報告は、圧縮性の大きいしらすを用いて各圧縮応力における e_{max} と e_{min} を求め、従来の相対密度と対比し、さらに、各応力状態での間隙比分布について検討したものである。

2. 実験方法と圧縮応力下の e_{max} , e_{min}

土質工学会基準案に基づいて求めた e_{max} , e_{min} を表-1に示す。ただし、しらすの e_{min} を求めるに際しては、打撃回数増加によってかなり減少する(図-1)ため、ほぼ一定値に近づいたと思われる3000回の値を用いた。

圧縮応力は、基準案によって求めた後、そのまま上載荷重を加えた。圧縮応力下における e_{max} , e_{min} は、各応力下での間隙比を採用した。図-2, 3は圧縮応力 σ における間隙比を示し、図-4は($e_{max}-e_{min}$)の変化傾向を表わす。これらの図から、($e_{max}-e_{min}$)の値は、豊浦砂の場合さほど変化しないの比べ、しらすは圧縮応力の増加とともに減少し、特に低圧力において著しい傾向を示す。なお、しらすの e_{max} としては、低圧力において急減しているところから、図-2の破線で示されるように e_{max} 線から逆に伸ばした線と e 軸との交点($e=1.460$)をとった方がより実用的であると思われる。

	e_{max}	e_{min}
しらす	1.584 [1.460]	0.848 (0.940)
豊浦砂	0.971	0.601

表-1 []内は図-2の破線によるもの
()内は基準案によるもの

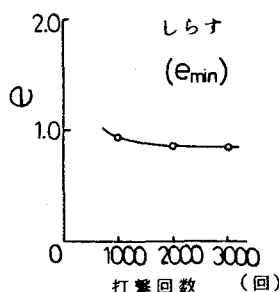


図-1 打撃回数 $\sim e_{min}$

3. 従来の相対密度 D_r と圧縮応力下で定義した $D_{r(\sigma)}$ の比較

圧縮応力下での相対密度 $D_{r(\sigma)}$ は、ハ本氏らの提案式である次式を用いる。

$$D_{r(\sigma)} = \frac{e_{max(\sigma)} - e(\sigma)}{e_{max(\sigma)} - e_{min(\sigma)}}$$

図-5は、従来の相対密度 $D_r=50, 75, 100(\%)$ に対して、圧縮応力 σ の増加によって変化する $D_{r(\sigma)}$ の値(e =一定)をプロットしたものである。しらすの場合は、 D_r の低いものほど $D_{r(\sigma)}$ の減少が激しく、 σ の増加と共にその差は拡大する。すなわち、従来の相対密度は圧縮応力の高いものほど大きく算定していたことになり、特に、圧縮性の大きいしらすにおいては D_r の低いものほどその影響は著しい。このことは、圧縮応力によって減少する間隙比の変化に対して同様であり、図-6, 7に示されるように $D_{r(\sigma)}$ はほぼ一定値を

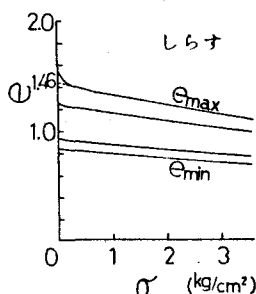


図-2 圧縮応力 $\sigma \sim e$

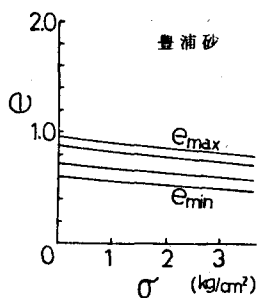


図-3 $\sigma \sim e$

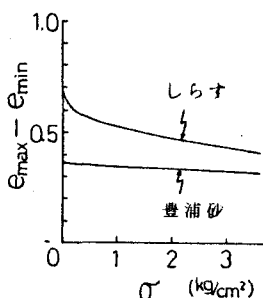


図-4 $\sigma \sim e_{max} - e_{min}$

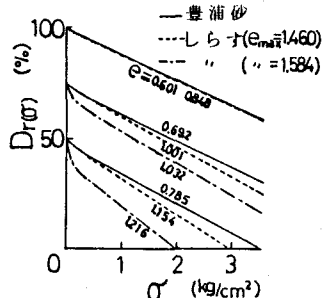


図-5 圧縮応力による D_r の変化

保つが、 D_r では相対密度が低く圧縮応力が増加するほど D_r の変化量が大きくなること
がわかる。ただし、 $\Delta D_r, \Delta D_{r(e)}$ は $\sigma=0$ にお
ける相対密度($D_{r(eo)}$, $(D_{r(e)})_{\sigma=0}$)からの差を表わす。

4. 正準分布を用いた圧縮応力下における 間隙比分布

間隙率分布が正準分布に従うものとして
統計力学の適用を行う。サンプリングの全体積
を M 等分し、 i 番目の間隙率を n_i とすると、
サンプリングの規模を大きくしていった場合に

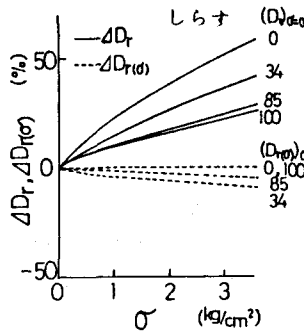


図-6 $\sigma \sim \Delta D_r, \Delta D_{r(e)}$

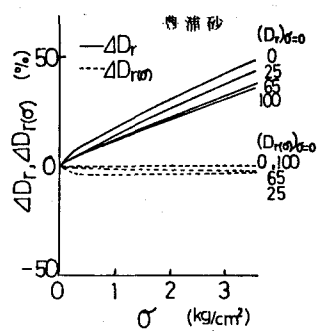


図-7 $\sigma \sim \Delta D_r, \Delta D_{r(e)}$

いくつかの間隙率を代表していることになり、その数を状態密度 $\Omega(n_i)$ とする。配置の総数 W は次式で表わされる。
 $W = \frac{M!}{\prod M_i!} \prod \{\Omega(n_i)\}^{M_i}$ 最も確からしい分布は、 W (もしくは $\ln W$)を最大にするものである。 $\ln W = -M \sum p_i \ln \frac{p_i}{\Omega(n_i)}$
, $p_i = M_i/M$ この平衡分布を $\int p(n) dn = 1$, $\int n p(n) dn = \bar{n}$ の条件の下に求めると次式が得られる。

$p(n) = \Omega(n) \exp(\beta n) / Z(\beta)$, $Z(\beta) = \int \Omega(n) \exp(\beta n) dn$ なお、 $\bar{n} = \frac{d}{d\beta} \ln Z(\beta)$, $S = -\beta \bar{n} + \ln Z(\beta)$ (S : エントロピー)である。
これらは統計力学と全く同一の形式であり、金谷氏も同様の関係式を示している。

ここで、分配関数 $Z(\beta)$ の計算は、以下の2つの仮定を用
いて行、た。(1) e_{max}, e_{min} は全く純粋な間隙率のみからな
る状態であり、中間の状態はそれらの間の混合である。
(2) 状態密度 Ω は、圧縮応力一定の条件において一定であ
るとし、圧縮応力の関数 $\Omega(\sigma)$ で表わされるものとする。
これらの仮定から、図-8に示される状態密度 $\Omega(\sigma)$ が得ら
れ、さらに、平均間隙比 $\bar{e}$ と θ の関係を求めたのが図-10

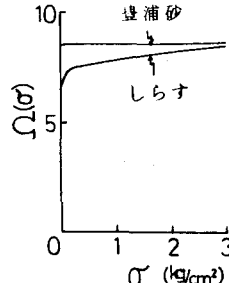


図-8 $\sigma \sim$ 状態密度 $\Omega(\sigma)$

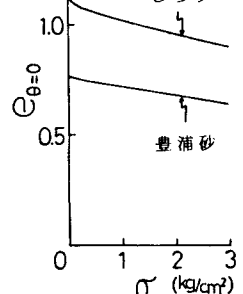


図-9 $\theta=0$ における $\bar{e}$

である。ところで、 $\theta=0$ における間隙比はエントロピーが最大
であり、エントロピーの増加がない。このことは、せん断中に
体積変化がない場合に相当し、図-9に示されるような限界間
隙比を与えるものと考えられる。

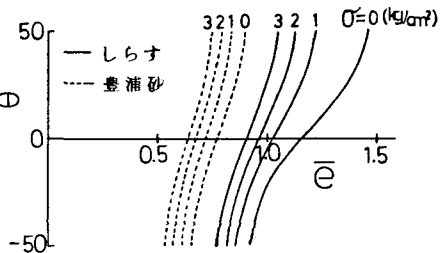


図-10 平均間隙比 $\bar{e} \sim \theta$

さて、間隙比分布は力学的特性に大きな影響を持つから、相
対密度も間隙比分布との対応が望まれる。図-11, 12は、上述の
計算に基づいて求めた間隙比分布である。これらの分布から、
 $\bar{e}$ =一定(D_r =一定)における間隙比分布(図-12)は、圧縮応力の増加
に伴って大きく異なることがわかった。

5. まとめ

圧縮応力が増加するほど、従来の相対密度は
過大評価となり、特に、圧縮性の大きいしらす
においては D_r の低いものほどその傾向は顕著で
ある。また、間隙比分布との対応においては、
 $D_{r(e)}$ の方に有用性のあることがわかった。

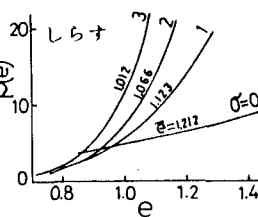


図-11 間隙比分布 ($D_{r(e)}$ =一定)

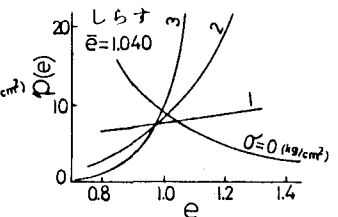


図-12 間隙比分布 (D_r =一定)

(参考文献) 1) 八木幸太郎: 圧縮応力下で定義した相対密度による砂の力学特性の評価、砂の相対密度と工学的性質に関するシンポジウム、
pp.87-90, 1981 2) 市川浩: 統計力学、裳華楼 3) 金谷: 粒状体の統計モデルとエントロピー、工芸学会論文報告集、Vol.20, No.4, pp.151-160, 1980