

九大 工学部 正 員 ○橋本 晴行

九大 工学部 正 員 橋 東一郎

九大 工学部 学生員 岡田 裕彰

九大 工学部 学生員 松木 正幸

まえがき；著者らは、前報¹⁾で土石流における巨レキの先端集積機構について実験的検討を行い、巨レキの先端集積が流動層における逆グレイディング（大粒子ほど上層に位置する）現象によっていることを明らかにした。それは大粒子が多い場合は接触・衝突する大粒子間の間隙が「ふり目」の役割をなし、その間隙をぬって小粒子が下方へ落下することにより、また小粒子が多い場合は、大粒子の上昇によつて生じる。しかし後者の機構はいまだ明白でない。したがって本研究は、小粒子が多い場合の大粒子の上昇機構を明らかにしようとしたものである。

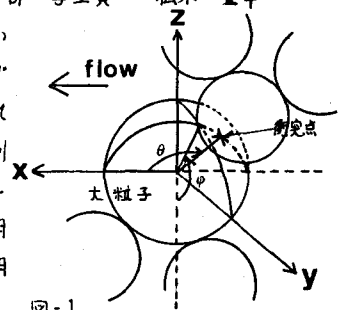


図-1

考察：粒径 d の小粒子の2次元等流土石流中に、粒径 d_L の大粒子が1個存在する場合を想定する。（図-1）このとき、大粒子は流れ方向にはその中心の位置と同じ高さの流れ速度を、流れに垂直上向きには U という上昇速度をもって移動しているものとする。

均一粒径の場合と同様、大粒子に対して相対的に上層の粒子は、大粒子の限られた領域に衝突し、反跳せず大粒子に沿った運動をしてゆく。下層粒子も同様である。従って大粒子は周辺の小粒子から衝突時の衝突力と衝突後の接触力を受けることになる。²⁾

Ⅱ 衝突力

1) 衝突力 大粒子と小粒子の衝突前後の速度を各々 U, U' と u, u' とすると、大粒子が1回の衝突で受ける力積は

$$M_L(u' - u) = \{ M_L M / (M + M_L) \} \{ (u - U) \cdot n \} (n - \mu S) \quad (1)$$

ここに μ ：摩擦係数、 n ：大粒子の中心から衝突点に向う単位ベクトルで $(\cos \theta, \sin \theta \sin \varphi, -\sin \theta \cos \varphi)$ 、 S ：小粒子のすべり方向、 M, M_L ：小粒子、大粒子の土石流中におけるみかけの質量。

小粒子が単位時間当りに大粒子の $\theta \sim \theta + d\theta$ 、 $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ の微小領域に衝突する回数は、 $dn = \hat{d}^2 \sin \theta d\theta d\varphi n \cdot (u - U) N$ であるから、微小領域に作用する力は

$$\delta F_L = M_L(u' - u) dn = - \hat{d}^2 \{ M_L M N / (M + M_L) \} \{ (u - U) \cdot n \}^2 (n - \mu S) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (2)$$

ここに N は単位時間当りの小粒子数、 $\hat{d} = (d + d_L) / 2$ である。

今、大粒子の粒径程度の範囲内では、衝突力に与える z 方向における濃度変化の影響が、速度勾配の変化の影響より大きいものとして次式のような近似を行うことができる。

$$u - U = (-\hat{d} \sin \theta \cos \varphi \frac{du}{dz}, 0, -U), \quad M_L M N / (M + M_L) = \{ 1 + (d/d_L)^2 \}^{-1} \{ M N - \hat{d} \sin \theta \cos \varphi \frac{d}{dz} (M N) \}$$

2) 積分領域 衝突領域は、 $(u - U) \cdot n \leq 0$ で与えられる。³⁾ したがって $\ominus \pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$, $\cos^2 R \leq \theta \leq \pi$ $\ominus -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$, $0 \leq \theta \leq \cos^{-1} R$ である。ここに $R = U / (\hat{d} \frac{du}{dz})$ である。

3) 1) 2) より 大粒子に作用する衝突力は

$$\Delta F_L = - \hat{d}^2 \{ 1 + (d/d_L)^2 \}^{-1} \{ M N A_1 - \hat{d} \frac{d}{dz} (M N) A_2 \} \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (3)$$

ここに

$$A_1 = \left\{ \int_{\theta=\cos^{-1}R}^{\pi} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} + \int_{\theta=0}^{\cos^{-1}R} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} \right\} (\cos \theta - R)^2 F_1(\theta, \varphi) d\theta d\varphi$$

$$A_2 = \left\{ \int_{\theta=\cos^{-1}R}^{\pi} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} + \int_{\theta=0}^{\cos^{-1}R} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} \right\} (\cos \theta - R)^2 \sin \theta \cos \varphi F_1(\theta, \varphi) d\theta d\varphi$$

$$F_1(\theta, \varphi) = \sin^3 \theta \cos^3 \varphi (n - \mu S) d\theta d\varphi$$

摩擦力の効果は小さいので無視して、積分を実行すると

$$A_1 = \left(-\frac{4}{15}\pi R, 0, \frac{\pi}{12} - \frac{1}{6}\cos^2 R + \frac{1}{24}\sin(4\cos^2 R) + \frac{1}{18}\sin^2(2\cos^2 R) + \frac{16}{15}R\sin^2(\cos^2 R) \right. \\ \left. + R \left\{ \frac{\pi}{2} - \cos^2 R + \frac{2}{3}\sin(2\cos^2 R) - \frac{1}{12}\sin(4\cos^2 R) \right\} \right) \\ A_2 = \left\{ \frac{8}{3} \left\{ \frac{1}{2}\sin^2(\cos^2 R) - \frac{1}{4}\sin^2(\cos^2 R) \right\} + \frac{R}{6} \left\{ \pi - 2\cos^2 R + \frac{1}{2}\sin(4\cos^2 R) \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{3}\sin^2(2\cos^2 R) \right\} + \frac{8}{15}R^2\sin^2(\cos^2 R), 0, -\frac{2}{35}\pi - \frac{2}{5}\pi R^2 \right\}$$

R が微小のとき

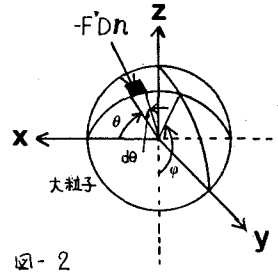
$$A_1 = \left(-\frac{4}{15}\pi R, 0, \frac{16}{15}R \right), A_2 = \left(\frac{16}{105} + \frac{R}{6} + \frac{8}{15}R^2, 0, -\frac{2}{35}\pi - \frac{2}{5}\pi R^2 \right)$$

② 接触力

大粒子の $\theta \sim \theta + d\theta$, $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ の間の微小領域に働く接触力は (図-2)

$$\delta F_i = -F'Dn (d/2)^2 \sin\theta \cos\varphi \, d\theta \, d\varphi \quad (4)$$

ここに F' : 接触力, D : 粒子表面単位面積当りの接触点数, n : 大粒子の中心から接触点に向う単位ベクトル



・大粒子の粒径の範囲では周辺小粒子の濃度勾配が存在するので、濃度の関数である $F'D$ は、大粒子の中心に関してテーラー展開して $-F'D + (d/2)(-\sin\theta \cos\varphi) \frac{d}{dz}(F'D)$ となる。したがって大粒子に働く接触力は

$$\Delta F_i = -(d/2)^2 \left(\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin^3\theta \cos^2\varphi \, d\theta \, d\varphi \right) \frac{d}{dz}(F'D) k_z = -(\pi/6) d^2 \frac{d}{dz}(F'D) k_z$$

ここに k_z は z 方向の単位ベクトルである。 $D = n_c / (\pi d^2)$, $F'n_c = 6(\chi/\beta)(\sigma - \rho)gd^2 h \cos\theta_0 (C - C_s)$

であるから $\Delta F_i = -(\chi/\beta)(\sigma - \rho)gd^2 h \cos\theta_0 \frac{dC}{dz} k_z \quad (5)$

ここに n_c : 粒子1個当りの接触点数, θ_0 : 河床勾配, h : 流動層厚, C, C_s : 土石流における小粒子の濃度と表面濃度, σ : 粒子密度, ρ : 水の密度

③ 大粒子の運動方程式

大粒子に作用する力は①の衝突力, ②の接触力, 重力, 浮力, そして水との相互作用力などが考えられるから,

その運動方程式は $m_L \{ 1 + \rho/(2\sigma) \} \frac{du}{dt} = \Delta F_i + \Delta F'_i + m_L g a + (\pi/6) d_L^3 I_i \quad (6)$

となる。ここに $a = [\sin\theta_0, 0, -\{(\sigma - \rho)/\sigma\} \cos\theta_0]$, $I_i = \dot{i}_i - \frac{3}{4} \rho (u_i - u_w) |u_i - u_w| C_0/d_L$; 単位体積当りの水からの相互作用, $\dot{i}_i$: 水と粒子との相対速度に起因する抗力を除いた相互作用, u_w : 水の流速, C_0 : 抗力係数。 $R \sim 0$ のとき、 z 方向の運動方程式は

$$m_L \left(1 + \frac{\rho}{2\sigma} \right) \frac{du_z}{dt} = -\frac{16}{15} \frac{d^4}{1 + (d/d_L)^3} MN \left(\frac{du_z}{dz} \right)^2 R + \frac{d^5}{1 + (d/d_L)^3} \left(-\frac{2}{35}\pi - \frac{2}{5}\pi R^2 \right) \frac{d}{dz} (MN) \left(\frac{du_z}{dz} \right)^2 \\ - \frac{\chi}{\beta} (\sigma - \rho) g d^2 h \cos\theta_0 \frac{dC}{dz} - m_L \frac{\sigma - \rho}{\sigma} g \cos\theta_0 + \frac{\pi}{6} d_L^3 \left(\dot{i}_{iz} - \frac{3}{4} \rho u_z^2 C_0/d_L \right) \quad (7)$$

ここに $\dot{i}_{iz}$: $\dot{i}_i$ の z 成分, m_L : 大粒子の質量。上式で $d_L = d$, $u_i = 0$, $m_L = m$, $\dot{i}_{iz} = \dot{i}_z$ とすれば

$$0 = -\frac{\pi}{35} d^5 \frac{d}{dz} (MN) \left(\frac{du_z}{dz} \right)^2 - \frac{\chi}{\beta} (\sigma - \rho) g d^2 h \cos\theta_0 \frac{dC}{dz} - m \frac{\sigma - \rho}{\sigma} g \cos\theta_0 + \frac{\pi}{6} d^3 \dot{i}_z \quad (8)$$

ここに $\dot{i}_z$: 小粒子が水から受ける単位体積当りの相互作用の z 成分, m : 小粒子の質量。(8)式は均一粒径の土石流における単一粒子のつり合い式である。(7),(8)式において $\dot{i}_{iz} = \dot{i}_z$ と仮定し、(8)式を(7)式に代入すれば

$$m_L \left(1 + \frac{\rho}{2\sigma} \right) \frac{du_z}{dt} = -\frac{\pi}{35} d^5 \frac{d}{dz} (MN) \left(\frac{du_z}{dz} \right)^2 \left(\frac{d}{d_L} \right)^3 \left[2 \frac{(d/d_L)^5}{1 + (d/d_L)^3} - 1 \right] - \frac{16}{15} \frac{d^3}{1 + (d/d_L)^3} MN \frac{du_z}{dz} u_z \\ - \frac{2}{5} \pi \frac{d^3}{1 + (d/d_L)^3} \frac{d}{dz} (MN) u_z^2 - \frac{\pi}{8} d^2 \rho C_0 u_z^2 \quad (9)$$

右辺第1, 第3項は推進項, 第2, 第4項は抵抗項である。また第1項は $d_L > d$ ならば常に正となり, 小粒子より大きな粒子であれば、初速度なしで上昇することができる。

参考文献 1) 椿・橋本; 土石流における巨レキの先端集束に関する研究, 第18回自然災害シンポジウム。

2) 椿・橋本・末次; 土石流における粒子間応力と流動特性, 土木学会論文報告集 No.317, 1982。