

九州大学工学部 正会員 平野宗夫  
 九州大学工学部 正会員 羽田野義義  
 九州大学大学院 学生員 外村健司

## 1. 緒言

泥水密度流の運動について近年活発な研究が行なわれ、多くの知見が得られている。しかしながら、その多くは粒子の効果を考慮せずに extra density に対してのみ考慮しており、粒子のまき上げや沈積に対する考慮をしていない。粒子がたとえばまき上げることは、運動量保存則から明らかのように全体の流れに対して減速の効果をもつ反面、浮遊粒子の濃度したがって密度流の motive force を増大させ、加速の効果をもつ。

本研究は、粒子のまき上げおよび沈積を考慮して密度流先端部の挙動について簡単な解析を行ない、これらが先端部の運動特性に及ぼす効果を概観しようとするものである。

## 2. 理論

Fig. 1 に示すような2層モデルを考える。基礎方程式は底面 ( $y = r_b$ ) から内部界面 ( $y = r_b + \delta$ ) までの間の流動体に関する体積保存則、質量保存則および運動方程式であり、それらを次式のように書かれます。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial \delta}{\partial x} = V_e + r_* - r_f \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{\Delta P}{\delta} (V_e + r_f) + \frac{S}{\delta} r_* - \frac{S - \Delta P}{\delta} r_f \quad (2)$$

$$\int_{r_b}^{r_b+\delta} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = \Delta P \delta \sin \theta - g \cos \theta \frac{2}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \Delta P \delta^2 \right) + T_i - T_b \quad (3)$$

ここに、 $V_e$  は周囲水の達行速度、 $r_*$  および  $r_f$  は単位時間に単位面積の河床である粒子のまき上げりおよび沈積の量（体積）、 $\delta = \int_{r_b}^{r_b+\delta} u dy$ 、 $\theta$  は  $x$  軸と水平との角、 $S = \sigma - \rho_0$ 、 $\Delta P = \rho - \rho_0$  その他は慣用記号である。今、式 (3) を次のように変形する。即ち、左辺の変形にあたり、連続式  $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0$  および式 (1) を用い、2 積分を行なう段階では  $\rho$  を一定として扱い、その後密度の違いを考慮する。結局式 (3) は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} &= -\frac{1}{\delta} \bar{u}^2 \left[ \frac{\rho_0}{\rho} (1-k_1) \frac{V_e}{\bar{u}} + \frac{\sigma}{\rho} (1-k_2) \left( \frac{V_e}{\bar{u}} - \frac{r_f}{\bar{u}} \right) + \frac{1}{2} (f_i + f_b) \right] \\ &\quad + \frac{\Delta P}{\rho} g \sin \theta - \frac{1}{\rho} g \cos \theta \frac{2}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \Delta P \delta^2 \right) \end{aligned} \quad (3)'$$

ここで、 $k_1 = u(r_b + \delta) / \bar{u}$ 、 $k_2 = u(r_b) / \bar{u}$ 、 $T_i = \frac{1}{2} f_i \rho \bar{u}^2$ 、 $T_b = \frac{1}{2} f_b \rho \bar{u}^2$  であり、運動量補正係数は前報と同様 1.0 とした。結局、式 (1)、(2) および (3)' は  $\delta$ 、 $\Delta P$ 、 $\bar{u}$  について解けばよい。

粒子のまき上げや沈積のない場合、密度流先端部はほぼ相似な形状を保ちつつ流下し、かつ先端部最大厚さは流下方向にはほぼ一定の割合で増大していくことが示されています。著者らは特性曲線法による展開においてこの事實を利用して、先端部最大厚さの断面上に注目して先端部の運動特性を解析しました。ここでもそれと同様の扱いにより解析を進めます。式 (1) は特性曲線  $dx/dt = \bar{u}$  上で  $d\delta/dx = (V_e + r_* - r_f) / \bar{u} - \delta/\bar{u} \cdot \partial \bar{u}/\partial x$  となるが、簡単なため前報と同様  $d\delta/dx = m$  (一定) とすると  $\delta = m(x - x_0) + \delta_0$ 。  
 また、式 (2) および (3)' も同一の特性曲線上で考え、 $X = x/\delta_0$ 、 $R = \Delta P/\rho_0$  および  $U = \bar{u}/\bar{u}_0$  とおけば、無次元形で次式のように書かれます。

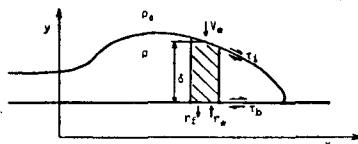


Fig. 1 Notation for the front of a turbidity current.

$$\frac{dR}{dx} = -\frac{R(E_1+E_2)}{\delta/\delta_0} + \frac{S}{\Delta\rho_0} \cdot \frac{E_2}{\delta/\delta_0} - \frac{R}{\delta/\delta_0} \frac{w_0}{U} - \frac{4P_0}{S} \frac{R^2}{\delta/\delta_0} \frac{w_0}{U} \quad (5)$$

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{U}{\delta/\delta_0} K + \frac{R}{P_0/\rho_0 + R} \sin \theta \cdot \frac{\delta_0}{U} \quad (6)$$

ここで、 $K = P_0/\rho \cdot (1-k_1) E_1 + \gamma/\rho \cdot (1-k_2) (E_2 - Y_f/U) + \frac{1}{2} (f_i + f_b)$ ,  $\delta_0$ ,  $\Delta\rho_0$  および  $U_0$  はそれぞれ  $x=X_0$  における  $\delta$ ,  $\Delta\rho$  および  $U$  の値,  $E_1 = V_e/U$ ,  $E_2 = V_a/U$ ,  $w_0$  は粒子の沈降速度,  $C$  は粒子の体積濃度で,  $Y_f = C w_0$  とした。また、最大厚さの断面で考え式(3)'の右辺末項は無視した。 $\delta$  を式(4)で与え、上2式を解析的に解くことは困難であるので、ここでは数値計算により求めた。

### 3. 計算

式(5)および(6)において、断面勾配を  $\sin \theta = 0.02$ ,  $\rho/\rho_0 = 2.65$ , 初期条件を  $U_0 = 5.0 \text{ m/s}$ ,  $\delta_0 = 5.0 \text{ m}$ ,  $\Delta\rho_0 = 0.076 \text{ g/cm}^3$  とした時、 $R$  と  $U$  の特性が  $\delta/\delta_0 - E_2$  および  $w_0$  によりどのように変化するかを調べた結果が Fig. 2 ～ 5 に示されている。

既報より  $m = 0.30 \sin \theta$ , またそれと同じ理由から  $k_1 = k_2 = 0$  とし、 $E_1/m = 2/3$  および 1.0 について計算した。 $f_i = 1.0 \times 10^{-5}$ ,  $f_b = 1.0 \times 10^{-4}$  として。 $\delta/\delta_0 - E_2$  および  $w_0$  は流れの特性や粒径などにより変化し、特に  $E_2$  については現時点での明確な結論が得られておらず、これらに適当な値を与えて計算を行なった。

それによると、全部の図に共通して  $E_1/m = 2/3$  とした計算が 1.0 したものに比して増加の傾向が著しいことがわかる。また、パラメータと初期値などとの組合せもあるが、Fig. 2・3 より他の条件を一定として  $E_2$  を変えた時、 $R$  と  $U$  ともに  $E_2 = 0$  の場合を除き一旦減少したのち増加するが、 $E_2$  が大きい程、初期の減少およびその区間が小さく、後の増大も著しい。また、 $w_0$  を変化させた時、 $R$  は常に減少函数となり、 $w_0$  が大きい程減少が著しい (Fig. 4)。このとき  $U$  は一旦減少したのち増大するが、 $w_0$  が小さい程初期の減少およびその区間が小さく、のちの増大も著しい。

以上、 $E_2$  および  $w_0$  を適当に与えて考えたが、これらを水理量との関連でできるため、基礎的な実験を始めている。

- 参考文献 1). 平野・羽田野, 土木学会論文集, 第314号, 1981. 2). Ippen-Harleman, Nat. Bur. of Standard Cir. 521, 1952. 3). 福岡・水村・加納, 水工回水講論文集, 1977. 4). 水理公式集, 1971. 5). 井元, 九州大学卒業論文, 1980.

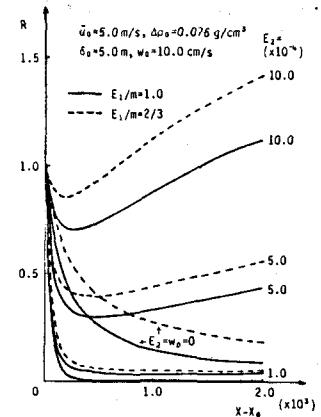


Fig. 2 Change in the property of dimensionless density difference when  $E_2$  is varied.

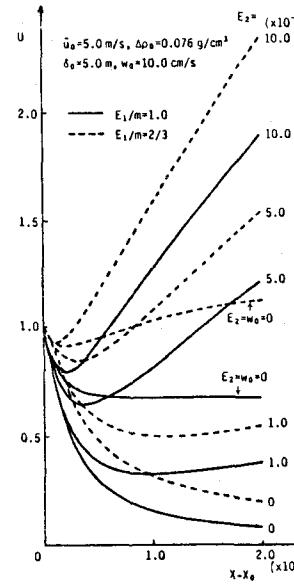


Fig. 3 Change in the property of dimensionless velocity when  $E_2$  is varied.

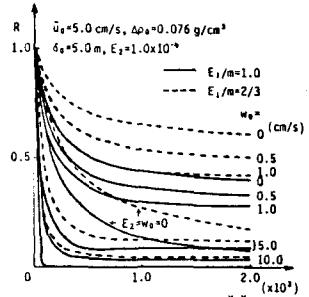


Fig. 4 Change in the property of dimensionless density difference when  $w_0$  is varied.

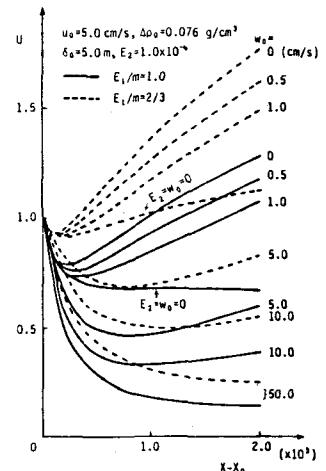


Fig. 5 Change in the property of dimensionless velocity when  $w_0$  is varied.