

九州大学 工 正員 橋 東一郎

九州大学 工 正員 小松 利光

九州大学 工 学生員 藤沢 弘明

§ 1. まえがき

水平方向の一樣流れ中に放出される鉛直密度噴流 (Bent over Plume) は、一樣流のために急激に曲げられた後、密度噴流の中心軸が、かなり水平に近く、噴流の水平方向の速度成分が一樣流の速度 U_a にほぼ等しい Far-Field-region に急速に漸近することが知られている。Fan¹⁾ はこの過程について、抵抗係数 C_d と連行係数 α を導入した数値解析を行っているが、計算が面倒である上に、 C_d や α の値を流れと噴流特性の関数として表示するには、程々の問題点が残されている。しかしながら Bent-over-Plume の特性を予測するためには、Far-Field-region における知見のみで、実用上はほぼ十分であり、Slawson, Csanady²⁾ は噴流の径路に対して、 $z/\ell = \alpha^{2/3} \cdot (3/8)^{1/3} \cdot (z/\ell)^{1/3}$ ($\ell = 4B/U_a$, B : 浮力率) を与え、首藤³⁾ は Fan 及び自らの実験結果を用いて、上式の α に仮想原点を導入し、径路の予測式を提案している。一方、Pratte, Baines⁴⁾ は、均一流体の Bent-over-Jet における実験を行ない、噴流の径路に対して $z/\ell_k = 2.05 (z/\ell_k)^{0.28}$ を提案している。

Bent-over-Plume は、放出口の運動量 M_0 、一樣流速 U_a 、及び浮力率 B で規定される流れであるから、与えられた流れの内部 Froude 数 F_i に応じて、Bent-over-Jet 型から浮力効果の卓越する Bent-over-Plume 型に移項するものと考えられる。本文は初期運動量を導入して Baines や首藤の研究を補足し、より合理的な予測式を求めたものである。

§ 2. 基礎式の解析

Slawson, Csanady、及び首藤と同様に、Far-Field Region における流れの基礎式は、鉛直方向の流速を w 、密度欠損を $\Delta\rho$ とし、次式で与えられる。

$$\frac{d}{dx} (U_a R^2) = 2R\alpha w \quad \cdots (1.a) \quad \frac{d}{dx} (R^2 U_a w) = \frac{\Delta\rho}{\rho_a} g R^2 \quad \cdots (1.b)$$

$$R^2 U_a \frac{\Delta\rho}{\rho_a} g = B = \text{const} \quad \cdots (1.c)$$

ここに、 α は連行係数で、式中の記号は図-1 に示す通りである。また、密度噴流の径路を定める式は、 $\frac{dz}{dx} = \frac{w}{U_a} \quad \cdots (2)$

式 (1.c) を式 (1.b) に代入し、仮想原点における噴出 momentum を $M_0 = R_0^2 w_0$ とすると

$$w = \left(\frac{B}{U_a} x + \frac{M_0}{U_a} \right)^{1/2} \quad \cdots (3)$$

となり、式 (3) を (1.a) に代入して、仮想原点 $x=0$ で $R \rightarrow 0$ とすると、 R , w , 及び $\frac{\Delta\rho}{\rho_a}$ は、各々次のようになる。

$$R = \left[3\alpha \left(\frac{B}{U_a} \frac{x^2}{2} + \frac{M_0}{U_a} x \right) \right]^{1/2} \quad \cdots (4) \quad w = \left(\frac{Bx + M_0 U_a}{U_a^2} \right) \left[3\alpha \left(\frac{B}{U_a} \frac{x^2}{2} + \frac{M_0}{U_a} x \right) \right]^{-1/2} \quad \cdots (5) \quad \frac{\Delta\rho}{\rho_a} g = \frac{B}{U_a} \left[3\alpha \left(\frac{B}{U_a} \frac{x^2}{2} + \frac{M_0}{U_a} x \right) \right]^{-1/2} \quad \cdots (6)$$

密度噴流の径路は、式 (6) を式 (2) に代入して $x \rightarrow 0$ で $z = z_0$ なる境界条件のもとに積分すると、次式のようにになる。

$$z - z_0 = \frac{1}{\alpha} \left(3\alpha \left(\frac{B}{U_a} \frac{x^2}{2} + \frac{M_0}{U_a} x \right) \right)^{1/2} \quad \cdots (7)$$

方程式の無次元化；上式を無次元形で表示するために、初期運動量および浮力率の効果を表わす特性長を次式

$$L = \frac{2M_0}{U_a} = D_0 \frac{w}{U_a} = D_0 k \quad \left(k = \frac{w}{U_a} \right), \quad \ell = \frac{4B}{U_a^3} = \frac{D_0^2 w \frac{\Delta\rho}{\rho_a} g}{U_a^3} = L \cdot F_i^{-2} \quad \left(F_i^2 = \frac{U_a^2}{D_0^2 \frac{\Delta\rho}{\rho_a} g} \right) \quad \cdots (8)$$

で定義する。径路式 (7) は、 $\frac{z - z_0}{L} = \alpha^{1/2} \left[\left(\frac{3}{8} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 + 2 \frac{x}{L} \right] \right]^{1/2} \quad \cdots (9.a) \quad \frac{z - z_0}{\ell} = \alpha^{1/2} \left[\left(\frac{3}{8} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{x}{\ell} \right)^2 + 2 F_i^2 \frac{x}{\ell} \right] \right]^{1/2} \quad \cdots (9.b)$

となる。すなわち、均一流体の Bent-over-Jet ($F_i \rightarrow \infty$) では、 z は x^2 に比例するが、Bent-over-Plume では、 1 と $\frac{x}{2F_i^2 k_0}$ との大小関係によつて、 z は x^2 から $x^{2/3}$ に比例する型に移行する。

次に径路に沿っての濃度変化は、式(6)より希釈率 $\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$ の形で表わすと

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{F_i^{3/2}}{(3\alpha)^{3/2} K} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 + 2F_i^2 \frac{x}{L} \right]^{3/2} \quad \text{----- (10.a)}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{F_i^{3/2}}{(3\alpha)^{3/2} K} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 + 2F_i^2 \frac{x}{L} \right]^{3/2} \quad \text{----- (10.b)}$$

§3 Fan及び首藤の実験との比較

径路の式(10)及び $\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$ の式(11)を実験問題に適用するには、連行係数 α 及び仮想原点の位置 z_0 を実験から決めねばならない。そのため、Fanの実験資料から $1 \gg 2F_i^2 \frac{x}{L}$ となる資料を選び z_0 と z との関係をプロットしたものが、図-2である。同図には、Pratte, BainesのBent-over-Jetの実験における代表値も示されている。測定値はかなり散らばっているが、 z を実際の放出口から測定した水平距離を用いて次式で表わされる。

$$\frac{z}{L} = 1.60 \left(\frac{x}{L} \right)^{1/3} \quad \text{----- (11)}$$

逆算された連行係数の値は、 $\alpha = 0.428$ で、かつ $z_0 = 0$ で仮想原点は実用上の放出口に一致するとみなしてよい。

図-3は、(9.b)を用い、 z/L と x/L の関係を示すもので、 $F_i > 1$ のFanの実験では、 z/L に従う初期運動量の卓越領域と x/L に従う浮力系の卓越領域とが、明瞭に見られる。 $F_i < 1$ の首藤の実験では、ほぼ浮力系の卓越領域のみが表われている。

図-4は、式(10.b)から希釈率の計算結果と実験結果を比較したものである。運動量卓越領域と浮力卓越領域とからなることは、径路と同様であるが、連行係数 α の値は前者では、 $\alpha = 0.2$ 、後者では $\alpha = 0.32$ の程度であって、実線はそれぞれの α を用いた計算結果である。

以上のBent-over-Plumeの取扱いにおいて、水理学的にも最も重要で興味のあるのは、

連行係数 α の値がVertical-Plumeの値 $\alpha = 0.1$ よりかなり大きい事、及び径路と浮力に関する α の値が異なる。
これらは、一樣流速 U_0 のために形成される渦対の影響や速度、浮力分布の拡がりの差異などに起因するものと考えられ、渦対の構造や連行現象に関する実験を実施中である。

-参考文献-

- 1) L.N.Fan: California Institute of Technology, June 1967
- 2) Stawson: J. Fluid Mech. (1967) vol 28, part 2, pp 311~322
- 3) 首藤伸夫: 第17回海洋工学講演会論文集 (1970) pp. 391~394
- 4) Baines: A.S.C.E., HYD. 1967, pp. 53~64

