

九州大学工学部 正員 粟谷陽一
九州工業大学 正員 ○藤崎一裕

1. まえがき

沈降性粒子を含む噴流が、静水中に鉛直下方に放出される現象を検討した。この場合、噴流は噴出直後では運動量の影響が強く、通常のjetに近い挙動とするが、中心軸上の流速が低下するにつれて、重力plume的な挙動へと移行していく。本報は、これらの現象に及ぼす粒子濃度や、流体と粒子との相対速度の影響を調べたものである。解析にあたっては、噴流中の乱れに関しては混合距離の理論を用い、流速や濃度の分布には相似形を仮定した。

2 基礎式

図1のように鉛直下方へ x 軸、水平方向に y 軸ととり、それぞれの方向の流速を u , v , 粒子の沈降速度と w , 粒子濃度と σ で表すと、この場合の基礎式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \sigma g \quad \text{----- (2)}$$

$$(u+w) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) \quad \text{----- (3)}$$

となる。 l は混合距離である。

流速分布および粒子濃度分布に正規分布形を仮定し混合距離 l は噴流幅に比例するとすれば、以下の式がえられる

$$u = u_0(x) \cdot \exp \left\{ -y^2 / b(x)^2 \right\} \quad \text{----- (4)}$$

$$\sigma = \sigma_0(x) \cdot \exp \left\{ -y^2 / a(x)^2 \right\} \quad \text{----- (5)}$$

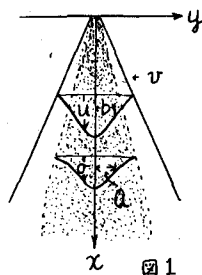
$$l = \varepsilon \cdot b(x) \quad \text{----- (6)}$$

a , b はそれぞれ粒子および運動量のひろがりの半幅に対応し、 u_0 , σ_0 は軸上の値を意味する

(4), (5), (6)式と(2), (3)式に代入し、(2), (3)式の両辺に y^0 , y とかいて、 y に関して $0 \sim \infty$ まで積分して以下の4つの式がえられる。

$$\sqrt{2} u_0 b \frac{du}{dx} + \frac{1}{12} u^2 \frac{db}{dx} = a \sigma_0 g \quad \text{----- (7)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \sigma_0 \frac{du}{dx} + \frac{a^3 u_0 \sigma_0}{\sqrt{(a^2+b^2)^3}} \frac{db}{dx} \\ & + \left\{ w + \frac{b^3 u_0}{\sqrt{(a^2+b^2)^3}} \right\} \sigma_0 \frac{da}{dx} \\ & + \left\{ w + \frac{b u_0}{\sqrt{a^2+b^2}} \right\} a \frac{d\sigma_0}{dx} = 0 \quad \text{----- (8)} \\ & (\pi+4) u_0 b^2 \frac{du}{dx} + \end{aligned}$$



$$(\pi+2) b u_0^2 \frac{db}{dx} = 2\sqrt{2\pi} \varepsilon^2 b u_0^2 + 4a^2 \sigma_0 g \quad \text{----- (9)}$$

$$\left\{ \tan^{-1} \frac{a}{b} + \frac{ab}{a^2+b^2} \right\} \sigma_0 b \frac{du}{dx} + \left\{ \tan^{-1} \frac{a}{b} - \frac{ab}{a^2+b^2} + \frac{2a^3 b}{(a^2+b^2)^2} \right\} \sigma_0$$

$$\begin{aligned} & \sigma_0 u \frac{db}{dx} + 2 \left\{ w + \frac{b^4}{(a^2+b^2)^2} \right\} \sigma_0 \frac{da}{dx} + \left\{ w + \frac{b^2}{a^2+b^2} u_0 \right\} a \frac{d\sigma_0}{dx} \\ & = 2\sqrt{2\pi} \varepsilon^2 \frac{b^3}{(a^2+b^2)^{3/2}} u_0 \sigma_0 \quad \text{----- (10)} \end{aligned}$$

上式を無次元化して整理すると

$$\sqrt{2} U_0 B \frac{dU}{dX} + \frac{U^2}{12} \frac{dB}{dX} = AS \quad \text{----- (11)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{1+\lambda^2} BS \frac{dU}{dX} + \frac{\lambda^3}{(1+\lambda^2)^2} U_0 S \frac{dB}{dX} + \left\{ 1 + \frac{U_0}{(1+\lambda^2)^{3/2}} \right\} S \frac{dA}{dX} \\ & + \left\{ 1 + \frac{U_0}{1+\lambda^2} \right\} A \frac{dS}{dX} = 0 \quad \text{----- (12)} \end{aligned}$$

$$(\pi+4) U_0 B^2 \frac{dU}{dX} + (\pi+2) B U_0^2 \frac{dB}{dX} = 2\sqrt{2\pi} B U_0^2 + 4A^2 S \quad \text{----- (13)}$$

$$\left(\tan^{-1} \lambda + \frac{\lambda}{1+\lambda^2} \right) S B \frac{dU}{dX} + \left\{ \tan^{-1} \lambda + \frac{\lambda(\lambda^2-1)}{(1+\lambda^2)^2} \right\} S U_0 \frac{dB}{dX}$$

$$+ 2 \left\{ 1 + \frac{U_0}{(1+\lambda^2)^2} \right\} S \frac{dA}{dX} + \left\{ 1 + \frac{U_0}{1+\lambda^2} \right\} A \frac{dS}{dX} = 2\sqrt{2\pi} \frac{U_0 S}{(1+\lambda^2)^{3/2}} \quad \text{----- (14)}$$

$$\text{となる。さらに、} \lambda = A/B, \quad \text{----- (15)}$$

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= u_0/w, \quad X = x/L_0, \quad B = b/(\varepsilon^2 L_0), \\ A &= a/(\varepsilon^2 L_0), \quad S = \sigma_0 g L_0 / w^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (16)}$$

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= m_0 / (g g)^{3/2} \\ m_0 &= 2 \int_0^\infty u^2 dy \quad x \rightarrow 0 \\ g &= \sqrt{2\pi} a \sigma_0 \left\{ w + b u_0 / \sqrt{a^2+b^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (17)}$$

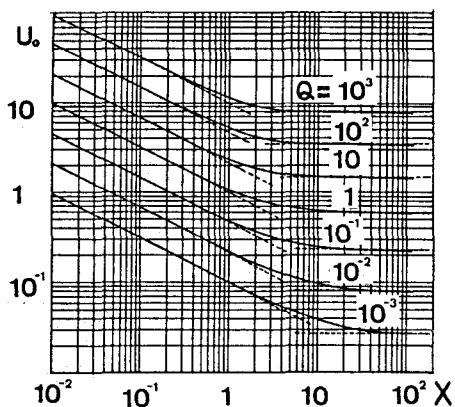


図2

図3

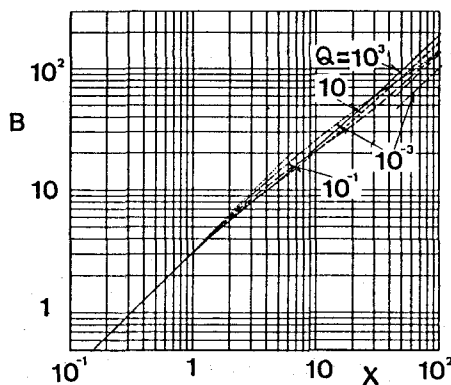


図4

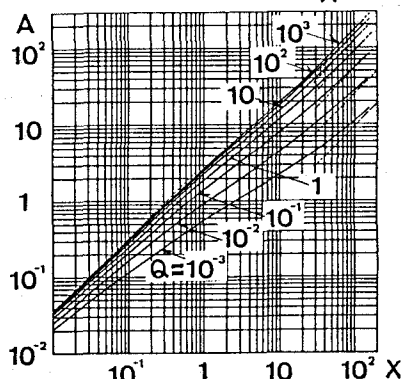


図5

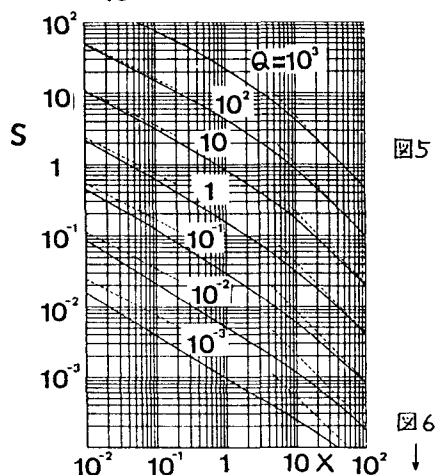
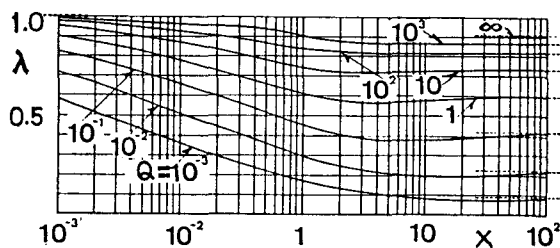


図6



である。また、(12)式を積分すると次式となる。

$$Q = \pi A S \left\{ 1 + B U_0 / \sqrt{B^2 + A^2} \right\} \quad (18)$$

Q は噴出粒子フラックスの無次元表示である。

3. 計算結果と考察

図2～6に、 Q をパラメータとしたときの、 X と U_0 、 B 、 A 、 S 、 λ との関係を示す。図中の破線は、(11)～(14)式から導かれるjetと重力plumeの解で、それぞれ以下の式で与えられる。

i) jetの場合 ($X \rightarrow 0$)

$$U_0 = 1.018 Q^{2/3} X^{-1/2} \quad (19.1), \quad S = 0.2457 Q^{2/3} X^{-1/2} \quad (19.2)$$

$$B = A = 3.192 X \quad (19.3) \quad (\lambda = 1)$$

ii) plumeの場合 ($X \rightarrow \infty$)

$$U_0 = A / \left\{ \tan^{-1} \lambda - (\pi + 2 - 2\sqrt{2}\lambda) / (\sqrt{2} \cdot (1 + \lambda^2)^{1/2}) \right\} \quad (20.1)$$

$$2\pi U_0^2 / (\pi + 2 - 2\sqrt{2}\lambda) \cdot (1 + U_0 / \sqrt{1 + \lambda^2}) = Q \quad (20.2)$$

$$S = U_0^2 / (\sqrt{2}\lambda) \cdot X^{-1} \quad (20.3), \quad B = 2\sqrt{2}\pi / (\pi + 2 - 2\sqrt{2}\lambda) X \quad (20.4)$$

(U_0 , λ は(20.1), (20.2)式を連立させて求める)

これらの図から、それぞれの物理量が、jet的な挙動からplume的な挙動へ移行していく様子を知らることができる。

また、 X に対する U や S の変動は比較的に傾向を有していること、 B の増大の様子は Q の影響を受けることが少なく、逆に、 A の増大の傾向は Q の値により異なることなどがわかる。

本報で対象とした現象と類似の現象は $w=0$

($\dot{Q} \rightarrow \infty$)の場合について、 λ ：一定として検討される例²⁾があるが、 λ は Q や X の値に応じて変化することがわかる。(図6)

参考文献

- 1) 北野, 田中, 栗谷: 土木論文集, 第25巻, pp. 37-47, 1976
- 2) S. L. Lee, H. W. Emmons: JFM, vol. 11, pp. 333-368, 1961