

熊本大学 正員 ○山尾敏孝

熊本大学 正員 崎元達郎

1. まえがき： 従来より圧縮部材の全体座屈解析には、骨組部材の有限変位弾塑性解析法を適用し、構成板の局部座屈強度解析には板要素からなる有限変位弾塑性解析法が用いられて、非弾性歪動や耐荷力が解明されてきた。特に近年、高張力鋼の発達により部材の薄肉化が進み、軸圧縮を受ける部材では、全体座屈と局部座屈の連成座屈が問題になってきている。このような部材に対し、部材全体を板要素に分割し解析することは、現在の計算機事情では容量的、経済的に困難であり、精度も悪くなると考えられる。そこで本研究では、応力度や初期たわみ(変形)が大きく、局部座屈が生じそうな部分は板要素として細かく分割し、他の部分は棒部材として有限要素法を適用する。こうすれば板要素のみの有限要素解析に比べて自由度をあまり増やすことなく全体構造の解析が可能となる。棒部材と板要素の結合部は次に述べる多点拘束処理を行うことにより、結合部での自由度を一致させている。ここではこの結合解析の方法ならびに平面応力問題や平板曲げ問題にこの方法を適用した結果と、従来の有限要素法の結果や梁理論値との比較検討を行ったので報告する。

2. 解析手法： 構造物の剛性方程式は一般に次式で与えられる。

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (1)$$

$[K]$ は剛性マトリックスであり、 $\{F\}$ 、 $\{d\}$ はそれぞれ節点外力ベクトル、節点変位ベクトルである。今、多点拘束式は

$$[R]\{d\} = 0 \quad (2)$$

で表される。 $[R]$ は任意の拘束係数マトリックスである。ここで節点変位ベクトル $\{d\}$ は拘束条件により独立節点変位ベクトル $\{d_n\}$ と従属節点変位ベクトル $\{d_m\}$ の2つに分けられることより、 $\{d_m\}$ は次式で表わされる。

$$\{d_m\} = [G_m]\{d_n\} \quad (3)$$

ただし $[G_m]$ は後に示すが、ここでは結合マトリックスとよぶ。さて式(1)は $\{d_n\}$ と $\{d_m\}$ により式(4)で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{F}_n \\ F_m \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{nn} & K_{nm} \\ K_{nm}^T & K_{mm} \\ G_m & -I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_n \\ d_m \\ \delta_m \end{Bmatrix} \quad (4) \quad (5)$$

I: 単位マトリックス

—は剛性マトリックスの縮小により置きかえられることを意味する。構造物に拘束力を加えるということは、約合式(4)に拘束力を加えることであり、この拘束力は式(2)からわかるように拘束係数に比例すると考えられるので、 $\{d_m\}$ に加える拘束力を $\{\delta_m\}$ とすると、式(3)、(4)より式(5)となる。式(5)より $\{d_m\}$ 、 $\{\delta_m\}$ を消去すると次式となる。

$$\{\bar{F}_n\} + [G_m]^T \{F_m\} = [\bar{K}_{nn} + K_{nm} G_m + G_m^T K_{nm}^T + G_m^T K_{mm} G_m] \{d_n\} \quad (6)$$

また

$$\{F_n\} = [K_{nn}] \{d_n\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし} \quad [K_{nn}] &= [\bar{K}_{nn} + K_{nm} G_m + G_m^T K_{nm}^T + G_m^T K_{mm} G_m] \\ \{F_n\} &= \{\bar{F}_n\} + [G_m]^T \{F_m\} \end{aligned} \quad (8)$$

以上により、剛性マトリックス $[K]$ の分割と、式(3)、(8)の演算で拘束処理ができ、独立節点での変位を未知数とする剛性方程式が得られる。

3. 結合マトリックス $[G_m]$; 平面応力問題を解析する場合、結合解析では図1(a)に示すような解析モデルを考へる。この時の結合マトリックスは次のようにして求める。今、従属節点は図1(b)に示す結合部のk点を除く他の3節点であるから、これらの節点変位を他の独立な節点変位で表わす。ここで平面保持の法則が成立すると仮定すると、x, y 軸方向変位およびz軸回りの回転角、 $u_i, \dots, u_m, v_i, \dots, v_m, \theta_i, \dots, \theta_m$ (iは仮定)より

$$u_s = u_m - Y_s \theta_m, \quad \theta_s = \theta_m, \quad v_s = v_m \quad (S=i, j, k, m) \quad (9)$$

と表わせる。 Y_s はx軸上の結合点より各々の節点までの距離である。これをマトリックス表示すれば $[G_m]$ が求まる。また同様の考えで平板曲げ問題に関しても得られる。なお解析に用いる要素は、桁要素については、普通の立体骨組構造解析に用いられる1節点6自由度を持つ要素を、板要素は応力仮定のハイブリッド法に基づいて誘導された1節点3自由度を持つ平面応力三角形要素と、1節点3自由度を持つ平板曲げ三角形要素である。

4. 数値計算例 ; 図2, 3に示すような単梁と片持梁を解析例として、結合解析法と梁理論および他の解析法の比較検討を行った。モデルの形状寸法は図に示しているが、両モデルとも、ヤング係数 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 板厚 $t = 1 \text{ cm}$, ポアソン比 $\nu = 0.3$ である。荷重は集中荷重又は等分布荷重を作用させた。解析方法は図に示す通りであり、要素分割はその一例を示している。図4, 5は両モデルが集中荷重を受けた場合のたわみ曲線を示したものであり、表1は梁の中央点及び端部中央点のたわみを比較したものである。結合解析法による結果は板要素解析に比べ、節点数がほぼ半分に減ったにもかかわらずほとんど変わらず、しかもせん断たわみを考慮した梁理論値に良く一致していることがわかる。これは等分布荷重を受ける場合でもほぼ同様の傾向の結果となっている。なお応力分布の比較や結合点の位置、分割方法に対する

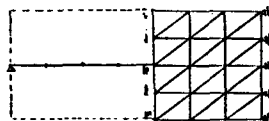


図1 a) 結合解析モデル

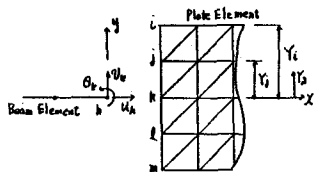


図1 b) 結合部分

図1

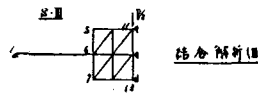
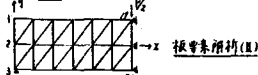
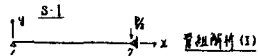
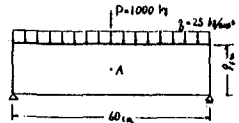


図2 解析モデル1(単梁)

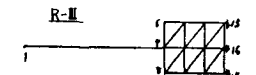
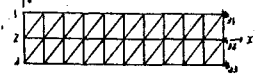
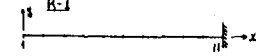
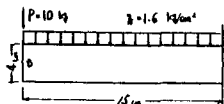


図3 解析モデル2(片持梁)

表1 解析結果

	単梁 (中央点Aのたわみ $\times 10^{-4} \text{ cm}$)				片持梁 (端点Bのたわみ $\times 10^{-4} \text{ cm}$)			
	集中荷重	精度	等分布荷重	精度	集中荷重	精度	等分布荷重	精度
梁理論値 (mm) B ₁	3.53	78.1	3.31	73.5	10.04	75.3	7.04	71.5
" (せん断) B ₂	3.75	—	3.54	—	10.53	—	7.88	—
解析法 (I)	3.53	78.1	3.27	72.7	10.04	75.3	7.04	71.7
" (II)	3.78	100.8	3.43	76.9	10.06	75.5	7.46	75.7
" (III)	3.77	101.1	3.46	77.7	10.10	75.7	7.57	76.8

(精度はすべてB₂に対する比率であり、単位%)

精度ならびに、板の曲げ問題への適用結果については、紙面の都合上省略する。予定である。

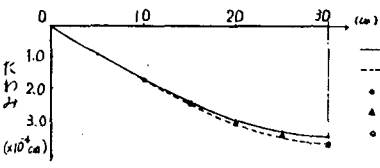


図4 単梁のたわみ曲線(集中荷重)

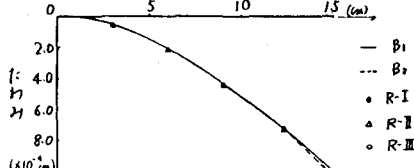


図5 片持梁のたわみ曲線(集中荷重)

参考文献

1) 土木学会編「土木工学における数値解析/食形応力解析講義」サイエンス社