

九大 工 学 〇 田島弘康

九大 工 正 今井富工夫

九大 工 正 太田俊昭

1. 予えがき

平板の曲げ耐力算定法として、塑性レンジ線を用いた上・下界定理による極限解析法があるが、この方法では、脆層マカニズムと耐力のみを対象とするものであって、崩壊に至るまでの変形挙動を追跡、把握することはできない。このため、崩壊過程を追跡する解析法として、有限要素の要素辺に塑性曲げ変形を集中し、離散化する手法、すなわち、前述の塑性レンジ線に基づいて塑性曲げを要素辺で表現する手法²⁾、要素の節点に集中させる方法などが見られるようになった。しかしながら、いずれの方法にしても、降伏毎に塑性条件を導入しなければならなかったために、全体剛性マトリックスの元数・配列を変更しなければならなかった。本研究では、一応前者の手法を取ったが、その際、塑性条件としての判別パラメータ³⁾を導入することにより、マトリックスの元数・配列を固定化し、平板の曲げの崩壊過程を機械的に追跡する解析法を確立した。

2. 弾・塑性解析理論

本法の板曲げ要素は、塑性解析と満足に行うために、剛体変形を正確に表現でき、かつ要素辺上のたわみ角を代表する節点変位を有する要素モデルとして、この条件を満足し、変位関数の簡単な面積座標を用いたMorleyの要素モデル⁴⁾を採用した。

図-1の要素において、変形の適合条件式は、

$$\bar{\epsilon} = A_e \bar{\omega} - \bar{\phi}_p \quad (1)$$

ここに、 $\bar{\epsilon}$ は、各辺の接線角増分であり、 $\bar{\omega} = \{\theta, \omega\}^T$ 、 $\bar{\phi}_p$ は、塑性不連続角増分である。

次に、仮想仕事の原理より、辺モーメント増分 M と接線角増分 $\bar{\epsilon}$ との関係は、

$$M = k_e \bar{\epsilon} \quad (2)$$

また、外力増分 $\bar{F}$ と辺モーメント増分 M との力の釣り合い式は、及傾関係より、式(1)の A_e を用いて

$$\bar{F} = A_e^T M \quad (3)$$

さらに、式(1)の $\bar{\phi}_p$ および降伏条件は、塑性流理論より次のように求まる。すなわち、降伏条件式を次式で定義すると、

$$\bar{\omega} = M_n^2 + M_t^2 - M_n M_t + 3 M_{nt}^2 - M_0^2 = 0 \quad (4)$$

ここに、 $M_0 = \sigma_y t^2 / 4$ 、 ϕ_p は降伏応力、 t は板厚

式(4)に塑性流れ法則を適用し、さらに、塑性レンジ線は、5期にわたって生じるものとする、降伏条件式、および塑性曲率増分(すなわち、塑性不連続角増分 $\bar{\phi}_p$)は、次式となる。

$$M_n = M_p \quad (M_p = \sqrt{3} M_0) \quad (5) \quad \phi_p (= \delta \phi) = \frac{1}{2} M_n \bar{\epsilon} \quad (6)$$

よって、式(5)、(6)より、降伏条件 $\bar{\omega} = 0$ および、塑性不連続角増分は、次式で与えられる。

$$0 = A_p^T M \quad (7) \quad \bar{\phi}_p = A_p \bar{\omega} \quad (8)$$

ここに、 A_p は、塑性レンジ発生時に、弾性時には、0と取り判別パラメータ β を含む係数行列である。

上記の式(1)、(2)、(3)、(7)、および(8)を用いて、板の弾・塑性解析が可能となる。

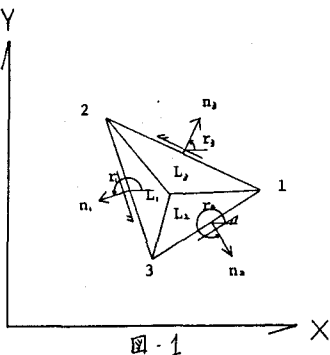


図-1

3. 解析結果および考察

集中荷重および等分布荷重を受ける四辺固定および四辺単純支持板の解析を行った。図-2は、各例題においてその板が崩壊に至るまでの塑性ヒンジ線の発生メカニズムを示したものである。図中、破線は、要素分割を示したものであり、実線および番号は、塑性ヒンジ線とその発生順序である。また、 P/M_p 、 $q a^2/M_p$ は、本解析における崩壊荷重であり、() の値は、上界定理によるものである。

3.1 中央集中荷重を受ける四辺固定支持板 (図-2(a),(b))

この図は、要素分割の違いによる崩壊荷重の影響を調べたものであり、図-3は、両者の崩壊に至るまでの荷重-たわみ関係である。これらの図より、崩壊モードが分割法に大きく依存するため、崩壊に至るまでの変形挙動や崩壊荷重に差が生じている。また、両者の崩壊荷重は、いずれも上界定理による値に対してかなりの差異がある。これは、分割の粗さによって板の崩壊モードを正確に表現していないためである。

3.2 中央集中荷重を受ける四辺単純支持板 (図-2(c))

図より、崩壊荷重は、分割が粗いにも関わらず、上界定理によるものと良く一致している。これは、崩壊モードを正確に表現しているためである。

3.3 等分布荷重を受ける四辺固定・単純支持板 (図-2(d),(e))

3.1, 3.2の結果と同様に単純支持板については、良好な結果が得られたが、固定支持板については大きな誤差が生じている。

4. おわりに

以上の結果から、分割数を粗くしても精度の高い解を得るためには、崩壊モードを正確に表現するような手法、すなわち、山本らの初期分割と板の降伏に応じて再分割する手法を導入する必要がある。

参考文献

- 1) Morley, L. S. D.
J. Strain Anal.
Vol 6, 1971
- 2) 山本 亨
日本造船学会論文集 第145号 1977
- 3) 太田 今井 邦本
土木学会論文集 第239号 1975

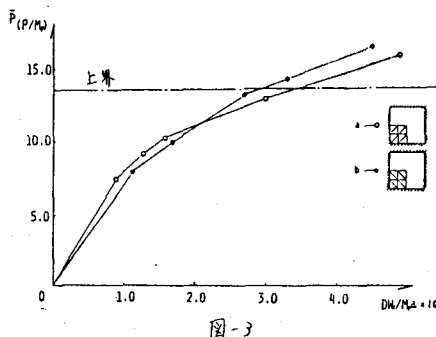
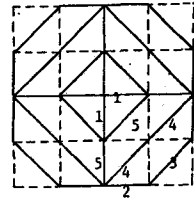
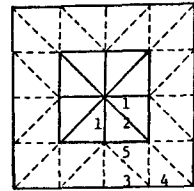


図-3



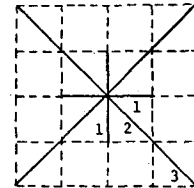
$$P/M_p = 16.70 \quad (13.25)$$

(a) A clamped plate under a concentrated load



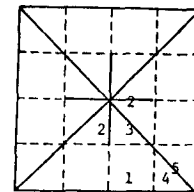
$$P/M_p = 16.17 \quad (13.25)$$

(b) A clamped plate under a concentrated load



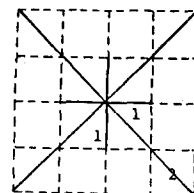
$$P/M_p = 8.20 \quad (8.0)$$

(c) A simply supported plate under a concentrated load



$$q a^2/M_p = 49.65 \quad (44.02)$$

(d) A clamped plate subject to the uniform load



$$q a^2/M_p = 24.25 \quad (24.0)$$

(e) A simply supported plate subject to the uniform load

図-2