

長崎大学 工学部 正員 ○岡林隆敏
 " 学生員 河野李明
 " " 面川敏明
 " " 細川賢慈

1.はじめに 道路橋の振動は、衝撃係数の合理評価、疲労強度等の構造強度ばかりでなく、振動感覚、低周波空気振動さらには地盤振動との関連から研究が進められている。道路橋の振動は様々な路面凹凸すなわち、伸縮縫手、路面形状および凹凸、上を車両が走行するために生ずるものと考えられている。本研究では、実橋を対象とした実験に基づき、解析解の妥当性を検討したものである。解析解は、路面凹凸を実測し、それを入力とする応答解析より得た。さらに、著者らが提案した不規則振動論によるモデル化を適用し、得られる二乗平均応答と通常の応答解析の比較検討を行ったものである。

2. 橋梁-車両系の運動方程式

走行車両を図-3のような2自由度系でモデル化する。重心位置 $Z(t)$ と重心回り $\theta(t)$ の方程式は、

$$m\ddot{Z}(t) + \sum_{i=1}^2 C_i (\dot{Z}(t) + (-1)^{i-1} \lambda_i \dot{\theta}(t) - \dot{y}_{vi}(t) - \dot{f}_i(t)) + \sum_{i=1}^2 k_i (Z(t) + (-1)^{i-1} \lambda_i \theta(t) - y_{vi}(t) - f_i(t)) = 0 \quad (1)$$

$$J\ddot{\theta}(t) + \sum_{i=1}^2 C_i \lambda_i (\lambda_i \dot{\theta}(t) + (-1)^{i-1} \dot{Z}(t) - (-1)^{i-1} \dot{y}_{vi}(t) - (-1)^{i-1} \dot{f}_i(t)) + \sum_{i=1}^2 k_i \lambda_i (\lambda_i \theta(t) + (-1)^{i-1} Z(t) - (-1)^{i-1} y_{vi}(t) - (-1)^{i-1} f_i(t)) = 0 \quad (2)$$

となる。 m は車両の全質量、 J は慣性モーメントである。 $y_{vi}(t)$ は車輪直下の橋梁のたわみである。なお、 $i = 1$ は前輪、 $i = 2$ は後輪を表す。車両の接地力は、次式で与えられる。

$$P_i(t) = C_i (\dot{Z}(t) + (-1)^{i-1} \lambda_i \dot{\theta}(t) - \dot{y}_{vi}(t) - \dot{f}_i(t)) + k_i (Z(t) + (-1)^{i-1} \lambda_i \theta(t) - y_{vi}(t) - f_i(t)) \quad (3)$$

一方、橋梁の動的たわみは、 n 次振動まで考慮すると、 n 次元ベクトルである基準関数 $\varphi(x)$ と基準座標 $\varphi_i(t)$

$$\varphi(x, t) = \varphi_0(x)^T \varphi(t) \quad (4)$$

となる。各次モードの基準関数 $\varphi_i(t)$ は、

$$\varphi_i(x) = \frac{1}{L} \sin(i\pi x/L) \quad (5)$$

で与えられる。各次の基準座標は、方程式

$$\ddot{\varphi}_i(t) + 2h\omega_n \dot{\varphi}_i(t) + \omega_n^2 \varphi_i(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^2 P_i(t) \varphi_i(\nu t - \delta_{2i}) \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 $M = \int_0^L \rho(x)^2 dx$ 、 ρ = 橋梁全質量、

ν = 車両の走行速度、 δ_{2i} = クロネッカーデルタである。

(1)(2)(3)(6)式を状態空間で表示する。 $\dot{\varphi}(t) = [\dot{\varphi}_1(t) \dots \dot{\varphi}_n(t) \dot{\theta}(t)]^T$ 、 $Z(t) = [Z(t) \dot{Z}(t) \theta(t) \dot{\theta}(t)]^T$ とし、 $\dot{\varphi}(t) = [\dot{\varphi}(t)^T Z(t)^T]^T$ を導入する。この状態変数を用いると、 (1)(2)(3)(6)式は、

$$\dot{\varphi}(t) = A(t)\dot{\varphi}(t) + B(t) \quad (7) \quad \text{で表すことができる。}$$

3. 不規則振動論によるモデル化 ⁽²⁾ 路面凹凸のパワースペクトル密度を図-5のようにモデル化する。これは、車両上から観測すると $S_r(\omega) = A\nu / (\omega^2 \pi^2)$ となり、次式の定常解過程によりモデル化することができる。

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = w(t) \quad (8)$$

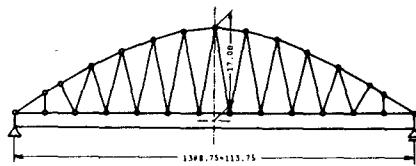


図-1 荒川橋

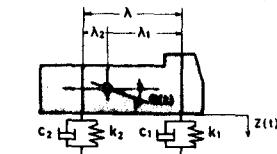


図-2 走行車両のモデル

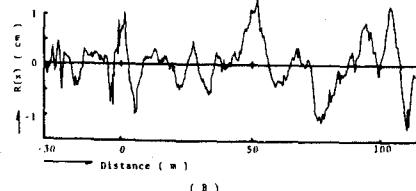
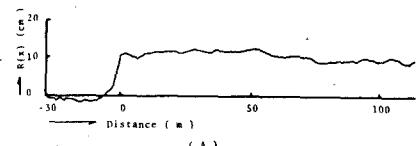


図-3 路面形状と凹凸

トル密度を有する白色雑音過程である。また、 $\beta = 2\pi\nu a$ である。ここで、

$$\dot{Y}_1(t) + \beta Y_1(t) = W(t), \quad \dot{Y}_2(t) + \beta Y_2(t) = W(t - \lambda/v)$$

(9) で表し、車両の状態変数に $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ を加えて、改めて $Z(t) = [Z(t) \dot{Z}(t) Y_1(t) \theta(t) \dot{\theta}(t) Y_2(t)]$ とする。このとき、(1)(2)(3)(6) 式は伊藤形の確率微分方程式

$$d\mathbb{X}(t) = A_{\mathbb{X}}(t)\mathbb{X}(t)dt + \sum_{i=1}^2 F_i(t)dW(t - \delta_{xi}T) \quad (10)$$

で記述できることになる。ここで、 $\mathbb{X}(t)$ としては、平均値回りの変動のみを考えている。 $\mathbb{X}(t)$ の共分散 $R_{\mathbb{X}}(t)$ は

$$R_{\mathbb{X}}(t) = E[\mathbb{X}(t)\mathbb{X}(t)^T] \quad (11)$$

で定義される。この $R_{\mathbb{X}}(t)$ の時間的变化は、

$$\dot{R}_{\mathbb{X}}(t) = A_{\mathbb{X}}(t)R_{\mathbb{X}}(t) + R_{\mathbb{X}}(t)A_{\mathbb{X}}(t)^T + Q_1(t) + Q_2(t) + Q_{21}(t)A_{\mathbb{X}}(t, t-T) + A_{\mathbb{X}}(t, t-T)Q_{12}(t) \quad (12)$$

で与えられる。ここに、 $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_{21}(t)$, $Q_{12}(t)$ は、 $F_i(t)dW(t)$, $F_i(t)dW(t-T)$ に関する共分散であり、 $A_{\mathbb{X}}(t, t-T)$ は(10)式の状態遷移行列である。なお、 $T = \lambda/v$ である。

4 数値計算と考察

本研究の対象とした荒川橋は、国道202号線の長崎市西彼杵郡外海町に架設されたもので、橋梁形式は下路式鋼トラスランガーブリッジである。橋梁の概容と諸元を、図-1と表-1に示した。実験および解析に用いたダンピングラックの寸法と諸元を図-4と表-2に示した。解析に用いる路面凹凸をレベル測量により得た。橋の歩道30(m)より、0.25(m)間隔で、歩道から0.5(m)と1.5(m)を測定した。図-3(A)は路面の形状である。取付道路が完成していないために、このような形状になっている。(B)は、取付道路と橋梁の部分を、最小二乗法による4次の多项式で平均変動を推定し、その回りの変動を表したものである。図-5は、最大エントロピー法による路面凹凸のパワースペクトル密度を表している。

図-6, 図-7は1/4点の動的たわみの応答を図示したものである。図-6は、図-3(A)の路面形状と凹凸を入力とする解析結果と実験結果を図示したものである。応答の波形の細部まで一致していない。この原因は今後の検討課題であるが、実測の固有振動数と解析によるそれとの差も1つの原因であると考えられる。図-7の実線は取付道路の変化がない場合の応答であるが、0~1/4の区間ににおいて、図-6の結果より小さくなる。しかし、1/4以降では、応答に大きな差異は認められない。図-7の破線は、(12)式の結果である。応答波形の実効値を示し、参考となる結果であると考えられる。最後に、本研究の実験を遂行するにあたり、長崎県土木部大瀬戸土木事務所 森山

道路課長および勝本係長に御協力頂いたことに、感謝の意を表します。[参考文献] (1)吉村・甲井 土木学会論文報告集第101号, (2)岡林 土木学会論文報告集 第286号, 296号

表-1 荒川橋の諸元

構造 支承 橋長 幅員 車両 走行 速度	一等橋 (11.5 m) (0.60 m), 高度 5.40 (m), 幅員 1.00 (m) 2.04 (m/s) 路面二次モーメント 路面係数
車両 走行 速度	45.1×10^3 (m ²) 0.02
車両とモード	km
車両 1 次 (n = 1) 走行 1 次 (n = 1) 車両 2 次 (n = 2) 走行 2 次 (n = 2)	正規化モード ($\times 10^{-3}$) n1 n2 n3 n4 n5
1.00 2.56 4.07 5.20	-3.481 -3.256 -3.306 -3.670
2.56 4.07 5.20	-0.883 -1.560 -1.844 -0.871
4.07 5.20	-0.313 -0.672 -3.510 -6.032
5.20	0.004 -0.238 1.74 2.475

表-2 車両の諸元

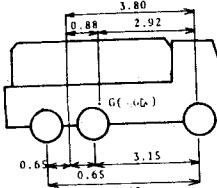


図-4 走行車両の寸法

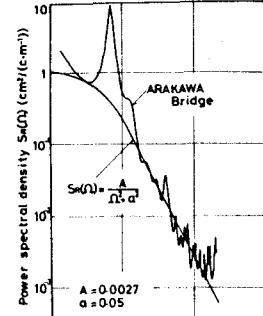


図-5 路面凹凸のパワースペクトル密度

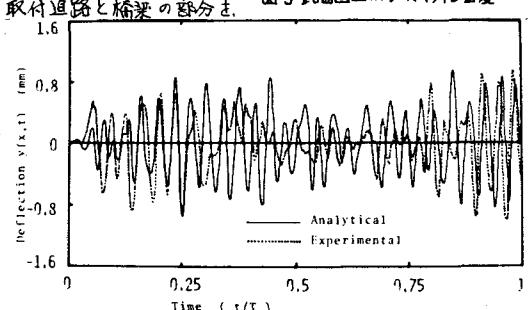


図-6 応答解析の結果と実験の比較

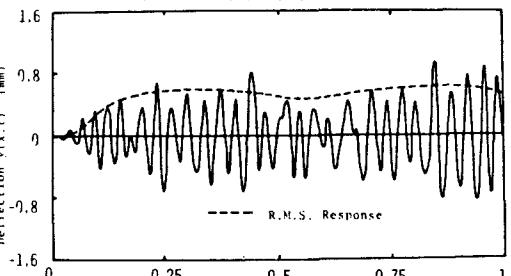


図-7 応答解析の結果と一義平均応答