

鹿児島高専 正夏 内谷 保

1. まえがき

筆者らは先に九州管内に架設供用されている補剛アーチ橋(ランガー桁橋)を対象として、L-20荷重相当の運行自動車荷重が走行するときの動的応答に基づいて衝撃係数を評価し、車両の各種パラメータの変化に対する若干の考察を行った。しかし、これは無次元解析ではないため個々の橋梁に対する衝撃係数の評価だけに留まっている。本論は補剛アーチ橋の振動数方程式が無次元化できることを利用して、定常ランダムな橋面凹凸を有する補剛アーチ橋の運行車両による運動方程式を無次元化し、無次元パラメータによるかかる橋梁の衝撃係数の評価を行うものである。ただし、ここでは各種無次元パラメータのうちで補剛アーチ橋の諸元より計算される無次元量(以下構造パラメータと云い F で表わす)が衝撃係数に及ぼす影響についてのみ報告する。

2. 運行車両一橋梁系の運動方程式の無次元化

図-1に示すように、 N 台の運行車両(重量 P_i , 減衰定数 β_i , 固有円振動数 ω_i , $i=1, 2, \dots, N$)が定常ランダムな橋面凹凸 $\Delta(x)$ を有する補剛アーチ橋上のある固定された位置で走行中の不規則振動を及ぼしている場合を考える。かかる橋梁の振動数方程式は

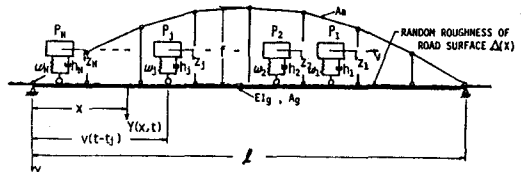


図-1 運行車両一橋梁系の解析モデル

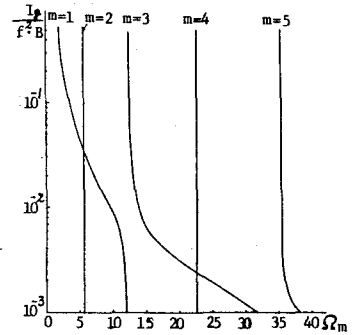
$$F = I_g / \beta_i B = -5/12 / \pi \cdot \omega_i^{1/2} (\omega_i^2 - \Omega^2/2) \quad (1)$$

と無次元化され、固有振動モードも次式のように無次元表示できる。

$$\begin{aligned} \phi_m(x) &= \sum_{n=1,3,\dots} [1/n (\omega_n^2 - \Omega_m^2/2)] \sin(n\pi x/l); & m=1,3,\dots \\ \phi_m(x) &= \sin(m\pi x/l); & m=2,4,\dots \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $F = I_g / \beta_i B$ は前述の構造パラメータと呼ぶ無次元量であり、 Ω は $\Omega^2/2 = \omega_i^2$, とおいて無次元化された固有円振動数である。ただし、 $B = A_a A_g / [A_a + A_g \{1 + 8(3/2)^2 + 19.2(3/2)^4\}]$, $\omega_i^2 = \pi^2 EI_g / \rho l^4$ (補剛桁の1次固有円振動数), ρ は単位長さ当りの質量である。図-2は F と Ω の関係を示す。

次に、橋梁のたわみ応答 $y(x, t)$ は定常ランダム過程であり、その平均値からの偏差(動時増加たわみ)を $z(x, t)$, 各車両の節節変位を $z_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, N$)とする。modal analysis を用いれば $z(x, t)$ は m 次の振動モード $\phi_m(x)$ と基準座標 $\bar{z}_m(t)$ を用いて $z(x, t) = \sum \phi_m(x) \bar{z}_m(t)$ で表わされる。ここに、 $\bar{z}_m(t)$ は平均値零の定常ランダム過程となり運行車両一橋梁系の運動方程式は $\bar{z}_m(t)$ と $\bar{z}_i(t)$ の連立微分方程式で表わされる。そして、この連立微分方程式は次のように無次元化される。

図-2 $F = I_g / \beta_i B$ と Ω_m との関係

$$\alpha^2 \ddot{\bar{z}}_m(\tau) + 2\alpha \bar{r}_m \Omega_m \dot{\bar{z}}_m(\tau) + \Omega_m^2 \bar{z}_m(\tau) = -\frac{\alpha^2}{M_m} \sum_{j=1}^N \bar{p}_j \phi_m[m\pi(\tau-\tau_j)] \ddot{\bar{z}}_j(\tau) \quad (3)_a$$

$$\alpha^2 \ddot{\bar{z}}_i(\tau) + 2\alpha \bar{r}_i \omega_i \dot{\bar{z}}_i(\tau) + \omega_i^2 \bar{z}_i(\tau) - \omega_i^2 \sum_{m=1}^N \phi_m[m\pi(\tau-\tau_i)] \bar{z}_m(\tau) = \omega_i^2 \bar{\Delta}(\tau-\tau_i) \quad (3)_b$$

ここに、 $\tau = vt/l$, $\tau_i = v x_i/l$, $\alpha = (v/l) \cdot \sqrt{A/g}$, $\Lambda = 2\rho g l^4 / \pi^2 EI_g (= 2\rho/\omega_i^2)$, $\bar{r}_m(\tau) = \bar{r}_m(\tau)/\Lambda$, $\bar{z}_i(\tau) = z_i(\tau)/\Lambda$, $\bar{p}_j = P_j/\rho g l$, $\bar{M}_m = M_m/\rho l$, $M_m = \int_0^l \rho \phi_m^2(x) dx$, $\omega_i = \sqrt{2} \omega_i/\omega_i$, $\bar{\Delta}(\tau) = \Delta(v\tau)/\Lambda$ 。ただし、 v は走行速度、 Ω_m , $\bar{r}_m$ は橋梁の無次元化された m 次の固有円振動数, 減衰定数, τ_i は i 台目の車両が橋梁に進入する時刻で $\tau_i=0$ とする。

式(3)_aにおいて、 $\bar{\Delta}(\tau)$ を定常ランダム入力と考えて $\bar{\Delta}(\tau) = e^{i\bar{\Omega}\tau/\Lambda}$ とおき、それに対する応答 $\bar{z}_m(\tau)$, $\bar{z}_i(\tau)$ の周波数応答関数を $H_{\bar{z}_m}(i\bar{\Omega})$, $H_{\bar{z}_i}(i\bar{\Omega})$ ($i=1, 2, \dots, N$)とすれば次式が得られる。

$$H_{\bar{z}_m}(i\bar{\Omega}) = \frac{1}{M_m} \frac{\bar{\Omega}^2}{(\bar{\Omega}_m^2 - \bar{\Omega}^2) + 2i\bar{r}_m \bar{\Omega}_m \bar{\Omega}} \sum_{j=1}^N \bar{p}_j \phi_m[m\pi(\tau-\tau_j)] H_{\bar{z}_j}(i\bar{\Omega}) \quad (4)$$

$$[A_{jk}(\bar{\omega})][H_{ij}(\bar{\omega})] = [B_j(\bar{\omega})] \quad (5)$$

ここに、 $\bar{\omega} = \sqrt{2}\omega/\omega_0$ 、 ω_0 は橋面凹凸の内振動数とし、 i, j は虚数を示す。また、 $[A_{jk}(\bar{\omega})]$ は $N \times N$ の複素正方向行列、 $[H_{ij}(\bar{\omega})]$ 、 $[B_j(\bar{\omega})]$ は N 行の列ベクトルである。式(5)を解いて $H_{ij}(\bar{\omega})$ ($j=1, 2, \dots, N$)を求め、これらを式(4)の右辺に代入することにより $H_{jk}(\bar{\omega})$ が求められる。いま、橋梁の動的増加たわみは $y(x, t) = \sum \phi_n(x) \bar{y}_n(t)$ で与えられるので、その2乗平均値(たわみ応答の分散) $\sigma_y^2(x)$ は定常不規則振動論を用いて次式で与えられる。

$$\sigma_y^2(x) = E[y(x, t)]^2 = \sum \sum \phi_n(x) \phi_m(x) E[\bar{y}_n(t) \bar{y}_m(t)] = \sum \sum \phi_n(x) \phi_m(x) \int_0^\infty H_{nn}(\bar{\omega}) H_{mm}^*(\bar{\omega}) S_{\bar{y}}(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (6)$$

ここに、 $*$ 印は共役複素数と表わし、 $S_{\bar{y}}(\bar{\omega})$ は無次元化された橋面凹凸 $\bar{y}(t)$ のパワースペクトル密度で $S_{\bar{y}}(\bar{\omega}) = Y/(\bar{\omega}^2 + \beta^2)$ と表わされる。ただし、 $Y = 2\sqrt{2}\pi v a / \lambda^2 \omega_0$ 、 a は橋面の良直を示す定数。また、曲げモーメント応答の分散 $\sigma_M^2(x)$ は $y(x, t)$ を用いて次式で与えられる。

$$\sigma_M^2(x) = E[M(x, t)]^2 = (EI_y/l^2) \sum \sum (m\pi)^2 (n\pi)^2 \phi_n(x) \phi_m(x) E[\bar{y}_n(t) \bar{y}_m(t)] \quad (7)$$

次に、橋梁の衝撃係数は式(6)、(7)で求められるたわみ応答および曲げモーメント応答の標準偏差 $\sigma_y(x)$ 、 $\sigma_M(x)$ を用いて次式で評価する。

$$\dot{L}_y = 2\sigma_y(x)/Y_{st, \max}(x) \quad (8a), \quad Y_M = 2\sigma_M(x)/M_{st, \max}(x) \quad (8b)$$

ここに、 $\dot{L}_y$ 、 $\dot{L}_M$ はたわみ応答および曲げモーメント応答に基づく衝撃係数、 $Y_{st, \max}(x)$ 、 $M_{st, \max}(x)$ は無次元量を用いて求めた着目点 x の静的最大たわみおよび静的最大曲げモーメントである。

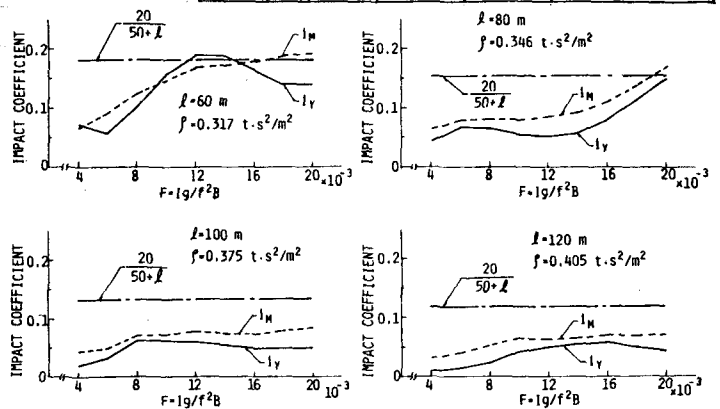
3. 数値計算例

表-1 九州管内にある実績6橋の諸量

数値計算には支間 $l=50 \sim 130$ mの補剛アーチ橋と対象とし、無次元量として構造パラメータ F のみを考慮し、の衝撃係数に及ぼす影響について調べた。進行車両は文献1)で用いた $L=20$ 荷重相当の大型自動車荷重列とし、各車両の固有振動数、減衰定数は一定で $f_n = 3 \text{ Hz}$ 、 $\delta_n = 0.03$ とした。また、車両の走行速度は $v=10 \text{ m/s}$ で、橋面凹凸の良直を示す定数は $a=10^{-3} \text{ cm/m}$ とした。

	支間 $l \text{ (m)}$	構造パラメータ $F = \frac{I_y}{f^2 B}$	単位長当りの 質量 $\rho \text{ (t/m)}$	B $\frac{A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}{A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}$
子飼橋	57.2	0.016	0.325	0.0128
銀座橋	62.0	0.015	0.373	0.0160
寺内943号橋	67.0	0.011	0.367	0.0143
赤島大橋	78.95	0.001	0.334	0.0110
斑丘大橋	110.0	0.005	0.366	0.0190
戸崎橋	139.2	0.009	0.318	0.0195

表-1は九州管内の実績6橋の支間 l 、構造パラメータ F 、単位長当りの質量 ρ および B の値を示す。図-3は、単位長当りの質量を $\rho = 2.25 + 8/10$ で表わすと伴にライズ比は $h/l = 1/7$ 、 $B = 0.0154$ (表-1の値の平均値)と固定して構造パラメータ F を $0.004 \sim 0.02$ まで変化させた場合の衝撃係数 $\dot{L}_y$ 、 $\dot{L}_M$ の値を $l=60, 80, 100, 120$ mの4橋についてプロットしたものである。



ある。なお、図中の一点鎖線は現行 国-3. 構造パラメータ $F = I_y/f^2 B$ による $\dot{L}_y$ 、 $\dot{L}_M$ の変化($h/l = 1/7$, $B = 0.0154$)道路橋示方書の規定値である。この図を見る限りにおいては、支間 l が短かくなる程構造パラメータ F の影響は大きくなる傾向にあると云えよう。また、これはライズ比 h/l および B を固定していることより F の変化は補剛断の断面2次モーメント I_y の変化に相当すると共に補剛アーチ橋の固有振動数の変化にも相当する。よって、図-3は補剛アーチ橋の固有振動数が衝撃係数に及ぼす影響を示していることになり、固有振動数の影響は支間 l が短かくなる程無視できなくなるものと云えよう。[参考文献] 1) 内谷彦城・川内忠：土木学会第30回年次講演会概要集、1980-9、2) 肥後野・吉村・江村：土木学会第30回年次講演会概要集、1975-10、3) 平井・吉村：IABSE第10回会議(東京)1976-9