

夕 〃 周田敏矢

学生員 井嶋克志

著者等はこれまで実在の鉄塔に対して起振模試験や常時微動測定を行い、鉄塔の振動特性を調べた。その結果、鉄塔と架線が連なる系における鉄塔の振動特性を明らかにするためには鉄塔自身の振動特性のほかに、架線の振動により起こる架線支持点の張力の変動を求める必要があると思われた。したがって、著者等は山口等の理論¹⁾から求めた変位モードを直接微分することにより、付加張力モードを求めてみた。しかし、近似解を微分するため、特にケーブル端において級数項数を非常に多くとっても収束しにくい。このため、以下に示すようにケーブルに静的な単位荷重を作用させたときの付加張力の影響線²⁾を求め、この影響線と先の理論¹⁾から求めた変位モードに比例する慣性力を掛け、全長にわたって積分することにより付加張力モードを求めた。このとき、ケーブルは完全可撓性、伸張性を仮定し、実在の架線の両支持点のレベル差はスパンに比べ小さいのざぼとんどであるため、解析では支持点のレベルは同じとした。また、サグ比も小さいのざぼとんどであるため、これまで発表された理論¹⁾から微小変位の場合には線形の範囲内で解析を行っても差支えないと考えられる。この線形内での解析では、面内振動と面外振動は連成しないことはわかっており、張力の変動が重要であると考えられる面内振動についてのみ行った。また、ケーブルの初期形状は懸垂曲線として解析している。

図1に示される座標系のもとに、山口等やIrvine等の式から非線形項を無視することにより、次式のようにケーブルの線形化した面内振動の運動方程式が与えられる。

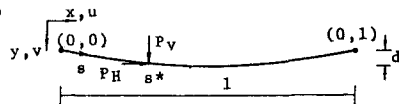


図1. ケーブルの初期形状および荷重

$$m \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial A} \left[f_1(A) \frac{\partial U}{\partial A} + f_2(A) \frac{\partial U}{\partial A} \right] \quad \text{--- (1)}$$

ここに、 x, y, z は図 1 に示される座標、 u, v はケーブルの面内水平変位および鉛直変位、 t は時刻、 m は単位長さ質量、 $f_1(u)$ から $f_6(u)$ はケーブルの初期形

状および剛性率 μ が決定される関数である。式(1)から山口等の理論に従い、Galerkin 法により第 N 次の固有振動数、変換モードは次式で近似計算される。

$$\begin{aligned} u_N(t, A) &= e^{i\omega_N t} \sum_{k=1}^{\infty} a_{Nk} \sin \frac{k\pi A}{A_0} \\ v_N(t, A) &= e^{i\omega_N t} \sum_{k=1}^{\infty} b_{Nk} \sin \frac{k\pi A}{A_0} \end{aligned} \quad \text{--- (2)}$$

ここに、 l_0 はケーブルの全長であり、 ω_n は第 N 次の固有円振動数である。次に、静的な単位荷重が作用したときのケーブルの付加張力の影響線を求める。荷重作

用糸の座標を $\mathbf{g}$ とすると $0 \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{g}$ 間および $\mathbf{g} \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{B}$ 間のある糸 $\mathbf{A}$ におけるケーブルのつり合い式はそれぞれ式(3)、(4)で表わされ、

$$\frac{d}{dA} \left[f_1(A) \frac{dU_1}{dA} + f_2(A) \frac{dU_2}{dA} \right] = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$$\frac{d}{ds} \left[f_1(s) \frac{du_2}{ds} + f_2(s) \frac{du_3}{ds} \right] = 0 \quad \text{--- (4)}$$

ここに、 u_1, v_1 は $0 \leq x \leq A$ 間の面内水平および鉛直変位であり、 u_2, v_2 は $A \leq x \leq 2A$ 間の面内水平および鉛直変位である。また、 $f_1(\omega) \sim f_2(\omega)$ は式(11)内の関数と同じで、ケーブルの初期形状および剛性で決定される。上側の式は水平方向の力のつり合いであり、下側は鉛直方向のそれである。上式は簡単に解くことができ、

$$u_1(A) = g_1 \int_A^l h_3(A) dA - g_2 \int_A^l h_2(A) dA \quad (5)$$

$$u_1(A) = -g_1 \int_0^A h_2(A) dA + g_2 \int_0^A h_1(A) dA$$

$$u_2(A) = g_2 \int_A^l h_3(A) dA - g_2 \int_A^l h_2(A) dA + u_1(A) \quad (6)$$

$$u_2(A) = -g_2 \int_0^A h_2(A) dA + g_2 \int_0^A h_1(A) dA + u_1(A)$$

ここに、 $h_1(A) \sim h_3(A)$ は $f_1(A) \sim f_3(A)$ からなる関数であり、 $g_1 \sim g_2$ は積分定数である。式(5)と(6)により荷重作用点($A=l$)における変位の連続性は保たれている。 $g_1 \sim g_2$ の積分定数は A 点において変位は0である境界条件と鉛直および水平単位荷重が作用したときのそれぞれの作用点の力のつり合い条件より決定される。一方、変位と歪の適合条件式から付加張力の式は次式で与えられ、

$$T = EA \left(\frac{dx}{dA} \frac{du}{dA} + \frac{dx}{dA} \frac{dv}{dA} \right) \quad (7)$$

ここに EA はケーブルの伸び剛性であり、 T は付加張力である。 A 点の付加張力を求める場合、式(7)に荷重作用点の位置により $0 \leq A \leq l$ 間では式(6)を代入し、 $A \geq l$ 間では式(5)を代入することにより得られる。以上により、 A 点の付加張力の影響線は鉛直単位荷重が作用したとき $T_{00}(A)$ 、水平単位荷重が作用したとき $T_{01}(A)$ として得られる。この影響線と先に求めた変位モードから第 N 次の付加張力モードは次式で示される。

$$T_N(A) = m \omega_N^2 \left[\int_0^l u_N(A) T_{00}(A) dA + \int_0^l v_N(A) T_{01}(A) dA \right] \quad (8)$$

次に、ケーブルの一端に変位による強制振動が与えられたときの張力の変動を振動形解析法を用いて求める。第 N 次の基準座標を φ_N とすると付加張力は

$$T = \sum_N \varphi_N T_N + T_0 \varphi_0 + T_1 \varphi_1 \quad (9)$$

ここに、 φ_0, φ_1 はケーブルの一端に与えられる周期的な強制水平および鉛直変位であり、 T_0, T_1 は一端が静的に単位水平および鉛直変位したときの変動張力を表わしている。 φ_N に関する微分方程式を解き、ある強制振動数における定常解での式(11)の振幅値をとることにより、変動張力の周波数特性が得られる。

3. 数値計算結果

数値計算に採用した値はスパン $l=10.0m$ 、サグ $d=0.5m$ 、(変位モードは $U_{max}=1cm$ 、付加張力の単位 kg) (サグ比 $d/l=1/20$)、単位長さ重量 $mg=0.256kg/m$ 、伸び剛性 $EA=6.574 \times 10^4 kg$ であり、初期水平張力はケーブルの形状を放物線と仮定し、 $H=6.4kg$ が得られた。図2に1次～4次までの固有振動数、変位モード、付加張力モードを示している。なお、付加張力は U_{max} が $1cm$ のときの値であり、レベルゼロの線から下向きの場合、正の値(すなわち張力)を示している。図から明らかに、逆対称張力モードは対称モードに比べ非常に小さく、また、対称モードは全長にわたって位相は同じではば一定値をとっていることがわかる。図3にケーブルの一端に $1cm$ の周期的な水平方向強制変位($\varphi_0 = \cos \omega t$)を与えたときの強制振動数に対する一端の変動張力の振幅を示している。なお、減衰定数は0として計算し、図中の実線は強制変位と同位相の正の値であり、点線は逆位相を表わしている。 $l/2$ 点もほぼ同じ結果となった。

参考文献

- 山口宏樹・伊藤学, 単一ケーブルの三次元線形自由振動, 土木学会論文報告集, 第286号, 1979年
- H.M. Irvine and T.K. Caughey, The linear theory of free vibration of a suspended cable, Proc. R. Soc. Lond. A, 341, 299~315 (1974)

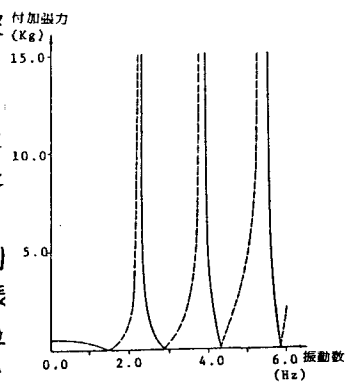
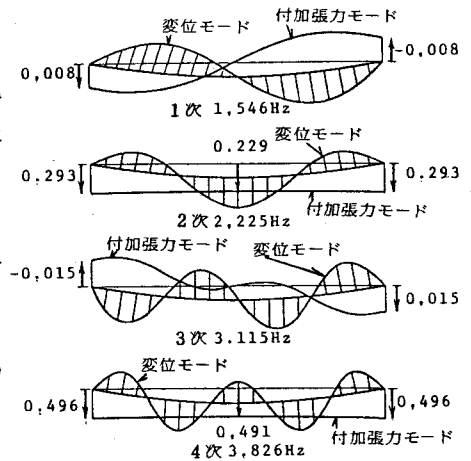


図3. ケーブルの一端に強制変位を与えたときの一端の変動張力