

九州大学工学部 ○村田 重之
同 上 内田 一郎

1. まえがき

Darcy の法則は土中水の透水現象を巨視的にとらえた実験法則として広く知られた法則である。この法則は力学的に厳密な形でかつ微視的にとらえたものとしては Hagen-Poiseuille の式が代表的なものであろう。これは水の流れる間隙を細い円管と考え、その中で粘性流体である水が層流状態で流れると仮定して誘導されたものであり、巨視的な値としての Darcy の法則の透水係数の意味を微視的な観点から明らかにしたものと見える。

ところでボイリング現象に関しては Terzaghi の限界動水勾配の概念がこの現象を巨視的にとらえたものといえる。しかしボイリング現象を Hagen-Poiseuille の式のように微視的かつ力学的に厳密な形でとらえたものはまだないようである。そこで著者はこの論文においてボイリング現象の微視的、かつ力学的に厳密な式を誘導し考察を行なった。

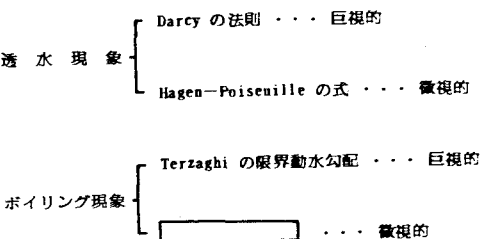


図-1 透水現象とボイリング現象のとらえ方

2. ボイリング現象の微視的考察

図-2に示すような半径 a の均等な丸棒の規則配列を地盤のモデルと考える。この丸棒の集合体には図-3に示すような外力が作用しているとする。いま集合体の中から長さ ds の1本の丸棒を取り出し、この丸棒に作用する力の釣り合いを考へる(図-4参照)。図-4からも明らかなように丸棒に作用する力は、(1) 丸棒の水中重量、(2) 丸棒と丸棒の接触点での摩擦抵抗、(3) 水の粘性によって丸棒の表面に作用するせん断抵抗である。これら3つの力の流れの方向の釣り合いは結局次式で与えられることになる。

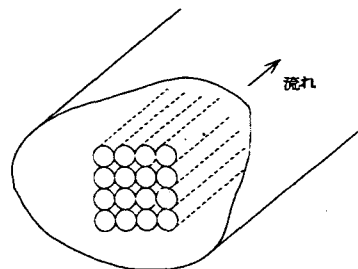


図-2 地盤モデル

$$\tau = \frac{1}{2} \gamma a \sin \theta + \frac{1}{\pi a} \left\{ L_1 (\sin \theta + \cos \theta \tan \phi_u) + L_2 \tan \phi_u \right\} \text{----- (1)}$$

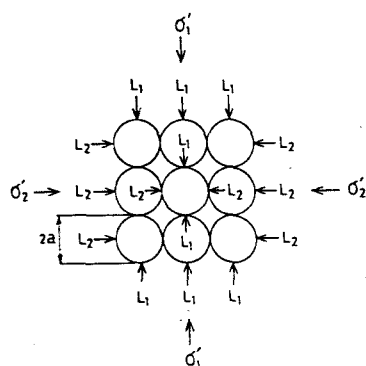


図-3 丸棒に作用する力

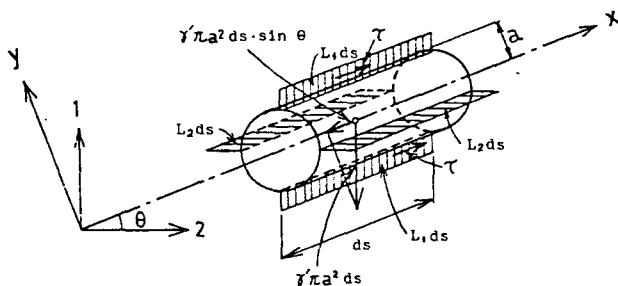


図-4 微細丸棒に作用する力

ここに、 γ は丸棒の水中単位体積重量、 ϕ_m は丸棒の固体摩擦角、 θ は丸棒の長軸と水平面とのなす角、 L_1 および L_2 はそれぞれ鉛直および水平方向から丸棒の単位長さにかかる力である。では流体の粘性によって単位面積に働くせん断応力であり、Newton によって $\tau = \mu \, du/dy$ で与えられている。 μ は流体の粘性係数、 u は流速を表す。この式を式(1)に代入し、それをさらに積分すると、

$$\mu \int du = \int \left[\frac{1}{2} \gamma a \sin \theta + \frac{1}{\pi a} \{ L_1 (\sin \theta + \cos \theta \tan \phi_m) + L_2 \tan \phi_m \} \right] dy \quad \text{----- (2)}$$

がえられる。上式がこの地盤モデルに対する限界流速を与えることになり、力学的な釣り合い式からボーリングを起こす限界の流速が導かれることになる。

3. Terzaghi の限界動水勾配との関係 (1) 丸棒による地盤モデルの場合

丸棒に作用する力の釣り合いから求めた式(1)と、Terzaghi の限界動水勾配との関係を考察するために、式(1)に $\theta = 90^\circ$ 、 $L_1 = L_2 = 0$ を代入すると、 $\tau = \gamma a/2$ ----- (3) がえられる。しかし式(3)は τ と γ との関係であるので動水勾配 i を使って形に表現し直す必要がある。そこで Poiseuille の法則を利用するために、まず地盤モデルにおいて水の流れる空隙を半径 b の円管と仮定する。そうするとせん断応力 τ は $\tau = \gamma_w b/2$ ----- (4) で表現されることになる。したがって式(4)を式(3)に代入すると、

$$i_c = \frac{a}{b} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{a}{b} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} \quad \text{----- (5)}$$

がえられる。さらに a/b は間隙比の定義から $1/\sqrt{e}$ となるので、最終的に式が Terzaghi の限界動水勾配に相当する式となる。

$$i_c = \frac{1}{\sqrt{e}} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} \quad \text{----- (6)}$$

しかし式(6)は水の流れる空隙を円管と仮定して導出したので、これをさらに一般的な空隙形状のものに適用するために、水理学における径深 R_H を導入する。そうすると任意の丸棒の配列モデルに対する限界動水勾配が次式で与えられることになる。

$$i_c = \frac{1}{R_H} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} = \frac{A_s}{e V_s} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} = \frac{1}{e} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} \quad \text{(7)}$$

ここに、 A_s は粒子の全表面積、 V_s は土粒子の体積を表す。

(2) 球体による地盤モデルの場合

上述の丸棒による地盤モデルは実際の砂のような粒子の集合体とはかなりかけ離れたものである。そこで砂の集合体により近似したものととして半径 a の球の集合体を考えてみる。そうするとこの場合の限界動水勾配は次式で与えられることになる。

$$i_c = \frac{3}{ea} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{e} \cdot \frac{G_s - 1}{1 + e} \quad \text{----- (8)}$$

以上丸棒と球体による地盤モデルからえられる限界動水勾配、式(6)、(7)および(8)と Terzaghi のそれとを示したのが図-5である。誘導したこれらの式も一般的な砂の間隙比と考慮される範囲(0.5~1.0)では Terzaghi の理論式より大きな値を与える結果となっている。一部にこのような傾向を示す実験結果も報告されているが、供試体の寸法効果が入ってくるのが著者の実験で明らかになっているので、このことについてはさらに検討して行きたい。

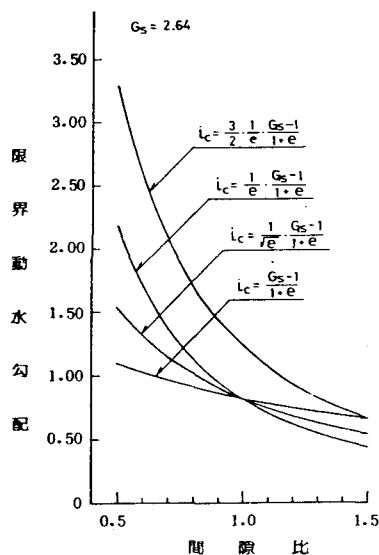


図-5 限界動水勾配を与える理論式の比較