

長崎大学工学部 正員 野口正人
長崎大学大学院 学生員 田中英隆

1. まえがき

タム貯水池における環境制御問題を取り扱う場合に、池内の温度成層状態を予測する必要がある。この問題に対処するため、これまでに多数の研究がなされており、Dake-Harlemanに依るものと除けば、これらも電子計算機を用いた数値シミュレーションによくある。実際、現実の貯水池を対象にして温度予測を行う場合に、このような操作は不可欠であるが、一方、基礎的考察を行ふ上では必ずしも適当でない。

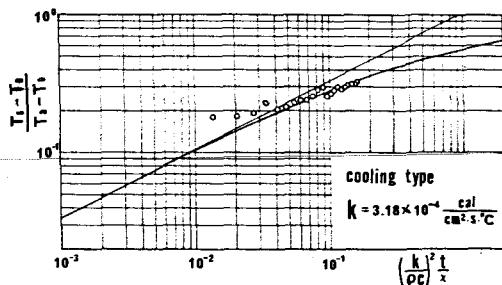
以下では、貯水池内の温度予測を取り上げ、放熱期と対象について若干の考察を行う。

2. 水面の熱収支と境界値問題

貯水池表面での熱収支を考えた場合、太陽からの短波放射量ならびにその反射量、顯熱交換量、潜熱交換量がその代表的なものである。もちろん、このほかに、水塊ならびに大気の発する長波放射量や降雨水による熱移動量などがあるが、いずれも先の熱量に比べると小さく、その影響は無視されうるものと思われる。したがって、移流の効果が無視できる場合には、池内の温度分布はつきの境界値問題を解くことにより得られる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Q_k}{\rho C} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} T &= \text{const.} = T_0; \quad t=0, z=0 \\ -\rho C \chi \frac{\partial T}{\partial z} &= \phi_s(t) - k(T_s(t) - T_a) \\ &\quad ; \quad t=t, z=0 \\ \frac{\partial T}{\partial z} &= 0 \quad ; \quad t=t, z \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (2)$$



ただし、z軸は水面を原点にして鉛直下向きに取られて

図-1

おり、T: 水温、T_s: 水面での温度、T_a: 気温、Q_k: 単位時間、単位体積あたりの熱生成量、φ_s: 実質的な短波放射量、k: 顯熱形式の熱輸送係数、χ: 扩散係数、ρ: 密度、C: 比熱である。Dakeらの場合と同様、水面で吸収された熱量による水温変化を調べるために、Q_k=0とする。このとき、(2)の第1、3式の境界条件を満たす(1)式の解はラプラス変換を使つて求めることができ、(2)の第2式ドリ、つきの複分方程式を得る。

$$T_s(t) - T_0 = \frac{2\{\phi_s + k(T_a - T_0)\}}{\rho C(\chi \pi)^{1/2}} t^{1/2} - \frac{k}{\rho C(\chi \pi)^{1/2}} \int_0^t \frac{T_s(t-\tau) - T_0}{\tau^{1/2}} d\tau \quad \dots \dots \dots (3)$$

上式を解けば、表面水温ならびに池内の温度分布は以下のように求められる。

$$\frac{k\{T_s(t) - T_0\}}{\phi_s + k(T_a - T_0)} = 1 - \exp(b^2) \cdot \operatorname{erfc}(b) \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{k\{T(z,t) - T_0\}}{\phi_s + k(T_a - T_0)} = \exp(b^2) \left[e^{-2a} \operatorname{erfc}(\sqrt{b^2-a}) - \frac{1}{2} \{e^{2a} \operatorname{erfc}(\frac{a}{b}+b) + e^{-2a} \operatorname{erfc}(b-\frac{a}{b})\} \right]$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ e^{2a} \int_a^b e^{-z^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{a}{\sqrt{b^2-z^2}} + \sqrt{b^2-z^2} \right) dz + e^{-2a} \int_0^{\sqrt{b^2-a}} e^{-z^2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{b^2-z^2} - \frac{a}{\sqrt{b^2-z^2}} \right) dz - \int_{\sqrt{b^2-a}}^b e^{-z^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{a}{\sqrt{b^2-z^2}} - \sqrt{b^2-z^2} \right) dz \right\} \quad ; \quad (a \leq b^2) \quad \dots \dots \dots (5,2)$$

$$\frac{k_f^2 T(z,t) - T_0}{\phi_b + k_f(T_0 - T_0)} = \exp(b^2) \cdot \left[-\frac{1}{2} \left\{ e^{2a} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{b} + b\right) - e^{-2a} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{b} - b\right) \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ e^{2a} \int_0^b e^{-z^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{b^2 - z^2}} + \sqrt{b^2 - z^2}\right) dz - e^{-2a} \int_0^b e^{-z^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{b^2 - z^2}} - \sqrt{b^2 - z^2}\right) dz \right\} \right] \\ ; \quad (a > b^2) \quad \dots \quad (5, b)$$

ここで、 $a = k_f z / 2pcX$, $b = k_f / pc \sqrt{t/X}$ と置かれた。また、(4)式は(5,a)式で $z=0$ すなはち、 $a=0$ としたものと一致する。

上で求められた解は、受熱期・放熱期の列なく池内の温度分布を予測しうるといふに特徴がある。すなはち、Dake 3 が行ったように、水面における短波放射量以外の熱移動量と短波放射量に比例させた Kraus-Rooth 型のものは、放熱期への適用に対し物理的な無理が生じるが、上述のものはそのようないことがない。ここでは、(4)式を計算すれば、図-1 のようである。なお、図中には、Dake 3 の解として求まる $T_s(t) \propto t^{\frac{1}{2}}$ も示されていいる。図より明らかのように、(4)式は、経過時間が少ない初期の段階では、 $t^{\frac{1}{2}}$ に比例して昇温する。一方、水塊が長時間短波放射量を受熱しても、無限大水温にならずなく平衡水温に達する。これは、貯水池水温を支配する要素として、新たに質量を導入したからである。

以上のように、貯水池水面での熱的境界条件として、顯熱形式の熱移動を考慮することにより、放熱期に適用可能な温度予測式を求めることができた。ただし、遂に成層の温度分布は不安定であるため、適当に時間間隔 Δt を取り

$$T(t, t^*) = \frac{1}{k_f} \int_0^t T(z, t^*) dz \quad \dots \quad (6)$$

を満たす水深 z を求め、 $T_0 = T(t, t^*)$ と取り直す必要がある。

3. 実験的考察 長崎大学に設けられた貯水池水理実験装置を用ひて、放熱実験ならびに受熱実験を行った。以下にその概要を示す。

まず、放熱実験を行うため、初期の水槽内水温を室温より高い様水温に設定しておく。このときの表面水温の時間的变化は、図-1 に示されていいる。既に述べられたように、上冷下暖の温度成層は不安定であり、室内実験においても温度逆転層は 10cm 程度であるが、これは主に水槽側壁が断熱状態でなかつたためと思われる。そのような理由から若干問題があるが、図より明らかなように、実験値は(4)式によりよく説明されることがわかる。これにより、熱輸送係数の値を求めれば、 $k_f = 3.18 \times 10^{-6} \text{ cal/sec} \cdot \text{cm}^2$ である。なお、温度分布は図-2 に示されていきが、上の事情をよく説明している。

ついでに、受熱実験の結果について簡単に付言する。ここでは、図を載せて省略したが、受熱実験についても(4)式の適用性は良好であった。さらに、水槽内の温度分布（ランプ高：水面上 60cm, $\phi_b = 0.012 \text{ cal/sec}$ ）は図-3 に示された通りであり、(5)式の有用性はこれからも明らかである。

4. あとがき 以上、放熱期を中心にして、貯水池の水温分布について若干の考察を行つた。得られた解の特徴は 2. で述べられた通りである。解の有用性については室内実験で検証されたが、今後、現実の貯水池を対象に、放熱期の温度予測の可否について調べる必要がある。最後に、実験を手伝ってくれた長崎大学学部学生の宮崎敏明・武田篤の両君に感謝致します。(参考文献) Dake, J.M.K. and D.R.F. Hartman: WRR, 5, 2, 1969; MIT Report 99, 1966

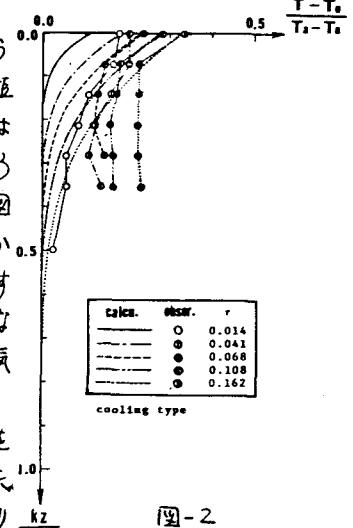


図-2

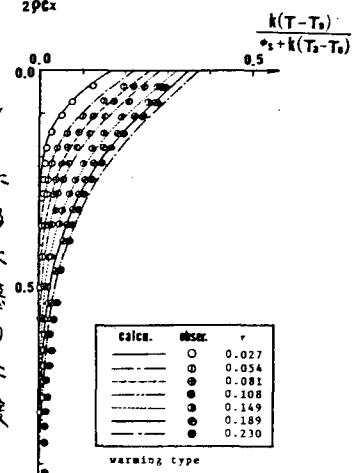


図-3