

長崎大学工学部 学生員・戸田和之

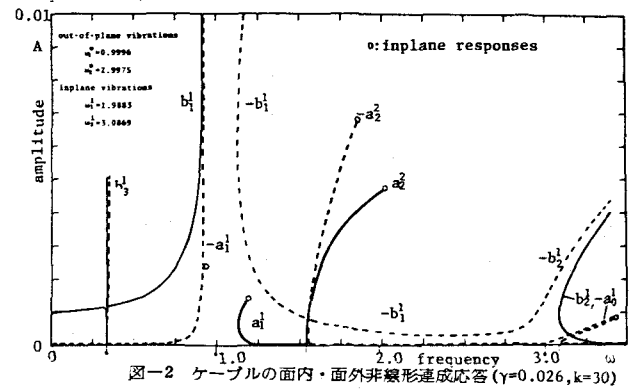
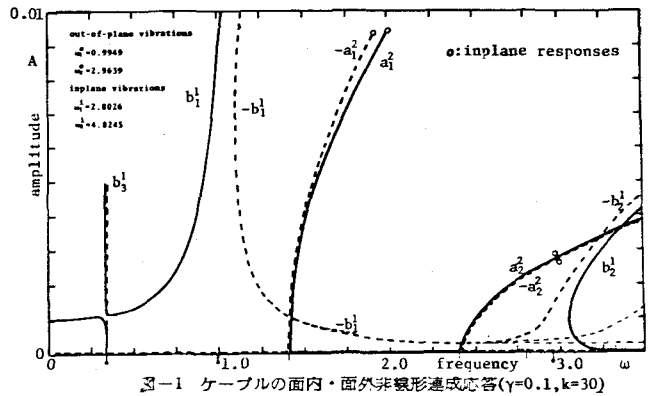
長崎大学工学部 永田正美

長崎大学工学部 正員 高橋和雄

1.緒言 ケーブルは面外方向にリグを持たないので、面外方向の剛性は面内方向の剛性よりかなり小さい。このために、小さな面外加振力によって面外非線形応答が生じるが、第1報に述べたように、ケーブルの第3次元非線形構造特性から、面内振動が付随する面内・面外非線形連成応答が生じてくる。また、面内加振によって非線形項を介して、面外振動が分岐する面外非線形分岐応答 (面外係数励振振動) が生じる。本論文では、このような面内・面外非線形連成応答および面外非線形分岐応答の解析結果を報告するものである。

2.面外加振による面内・面外非線形連成応答 第1報に示されているケーブルの非線形運動方程式の中の第1式および2式の面内変位 u, v に関する運動方程式の非線形項の中に、 $(\frac{\partial u}{\partial x})^2 x_0$ および $v(\frac{\partial u}{\partial x}) \frac{\partial v}{\partial x}$ の項が含まれる。これらの項は面内変位 u, v に関係するので、面外応答による面内方向の付加外力の項となり面内方向の加振力となる。これより、面内振動と面外振動は必ず連成する。ケーブルは面外方向にリグを持たないので、ケーブルの面外方向の運動方程式に面外変位 w に関する2次の非線形項は存在しない。したがって、面外加振による面外応答は、弦と同様に3次の非線形

項のみが効いてくるので、面外振動はケーブルの面内とは違って対称となり、面外非線形応答については主共振と3倍の高調波共振が生じる ($b_0=0, b_1 \neq 0, b_2=0, b_3 \neq 0$)。一方、面内方向には $(\frac{\partial u}{\partial x})^2$ の項が存在するので、2倍角の公式 $\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t)$ より、定数項すなわち静的荷重と2倍の高調波振動数をもつ加振力が作用する。したがって、面内応答は2倍の高調波応答と静的応答からなる ($a_0 \neq 0, a_1=0, a_2 \neq 0, a_3=0$)。図-1 および2は、ケーブルの面内および面外の自由度をそれぞれ2個採用した場合の、水平ケーブル (傾斜角 $\theta = 0^\circ$, 伝播速度 $c = 30$) のリグ比 $\alpha = 0.1$ および 0.026 の面内・面外非線形連成応答を示すものである。図中において、細い方の実線は面内応答と同位相の振幅を、点線は逆位相の振幅をそれぞれ示したもので、○印を付した肉太の実線と点線は面内応答に対応するものである。2つの図より面外荷重が対称であるため面外応答の共振は対称1次および2次の固有振動数 $\omega = 1.0$ および 3.0 付近で生じている。このことから、面外1次振動の応答は強い硬化非線形性を有する。一方、面内方向には、面外対称振動によって面内対称振動のみが加振され、面内応答は常に生じるが、共振点近傍を除いては応答はきわめて小さい。



い。図-1のサゲ比 $\gamma=0.1$ の場合には、振動数 $\omega=1.0$ および 1.9 付近で面内対称振動の共振が生じているが、これらの領域においては、面外振動の逆位相の振幅が小さいので、応答曲線が生じる振動数の領域は狭い。一方、サゲ比 $\gamma=0.026$ の場合には、面内振動は $\omega=1.0$ および 1.5 付近で生じている。このサゲ比では、面内対称1次振動の固有振動数が面外対称1次振動の2倍であるために、面外振動によって、面内1次振動の近傍に大きな加振力か作用する。このために、面内1次振動の共振が生じる振動数領域は広く、大きな振幅が生じている。また、振動数 $\omega=3.0$ 付近で面内応答が生じている。この応答は、面内1次振動の直流成分 Q_0 を卓越する静的応答である。なお、サゲ比 $\gamma=0.026$ の場合には、振動数 $\omega=1.0$ 付近で面外2次振動の3倍の高調波共振が存在している。したがって、面内1次振動の主共振、面内2次振動の3倍の高調波共振および面外1次振動の3重連成振動が生じるため、この振動数領域の応答の様相はきわめて複雑となるので、図-2においては省略されている。

3. 面内加振による面外分岐応答

面内加振によって面内振動が加振されるが、面外運動方程式の非線形項の面外変位 w の係数に、面内変位 u, v の項が含まれているために、面外振動の係数が周期的に変動する係数励振振動問題が得られる。この問題の解法には、面外非線形分岐応答とみなす解法と、面外について $(\frac{\partial w}{\partial t})^2$ の項を省略した線形係数励振振動の不安定領域を求める解法の2つの立場から取扱うことができる。前者の立場にたてば、面内・面外、非線形連成振動解析用のプログラムを用いてそのまま解析することができる。図-3および4はサゲ比 $\gamma=0.1$ および 0.026 の場合の、面内対称加振による面内非線形分岐応答と面外分岐応答曲線を示したものである。図中で、0印を付した太い曲線が面外分岐応答を、また0印を付した細い曲線が面外分岐応答に伴う面内応答を示しており、0印のない応答曲線は、第2報の面内応答と同じものである。面外分岐応答は特定の振

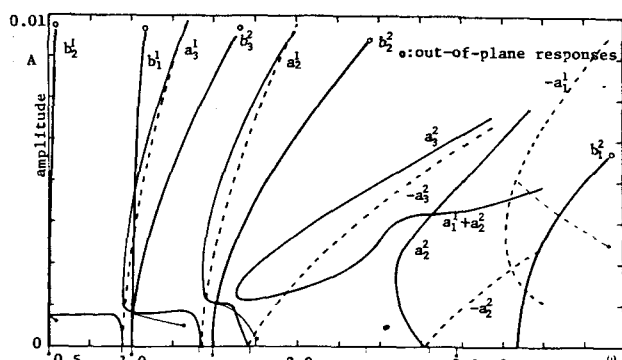


図-3 ケーブルの面外非線形分岐応答 ($\gamma=0.1, k=30$)

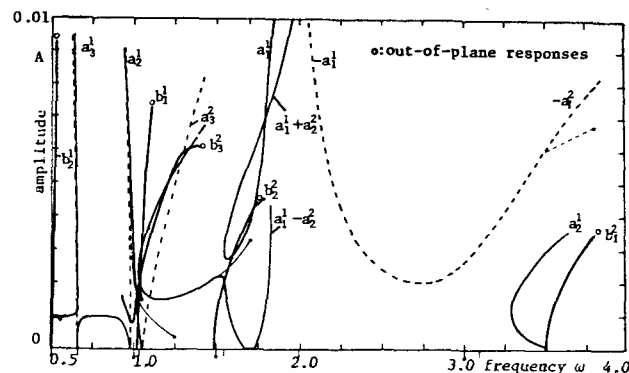


図-4 ケーブルの面外非線形分岐応答 ($\gamma=0.026, k=30$)

動数領域で存在し、他の振動数領域はゼロである。図-3および4においては、面外1次および2次の振動形をとり、応答が、各々の固有振動数の1, $1/2$ および $1/3$ 倍の近傍で生じている。これは、面内振動の振幅によって面外剛性が変化するので、面外の固有振動数は線形振動の場合と一般に一致しない。また、面外分岐応答と面内応答との間の位相差は 0° または 180° で非線形自由振動に対応するものである。面外分岐応答が生じると、面内応答の振幅は通常の面内応答の場合よりも小さくなる。この原因は面内振動のエネルギーが面外振動のエネルギーに移ることによるものと考えられる。以上の解法によれば、面外分岐応答の分岐点と分岐後の挙動を明らかにすることができ、一方、線形問題として取扱えば、分岐振動が生じる振動数領域が求められる。この場合には、式(3)を線形化した時間に関する運動方程式を $S = e^{i\tau} \left\{ \frac{1}{2} b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\tau + b_n \cos n\tau) \right\}$ のように仮定して、行列の固有値問題に変換して安定・不安定を解析することができる。不安定領域で分岐振動が生じることになる。