

熊本大学工学部

正 員 秋吉 卓

八代工業高等専門学校

正 員 洲田 邦彦

熊本大学工学部

学生員 〇唐木 秀人

1. まえがき 杭の支持力に関しては、多くの理論的実験的研究が報告されてきた。土を弾性体として波動論的な取扱より、杭の動的鉛直支持力について多くの知見が得られたが、さらにはFEMなどにより土の非線形論的な取扱が可能となりつつある。しかるに、杭の鉛直振動では、これまで杭と土の完全密着を仮定することが多く、実験と対比するためには微小変形を前提とせざるを得なかった。そこで本研究では、杭と土は線形を保ちつつ、その接触面ですべりを許すような、一近似的解析法を提案しようとするものである。本解析手法は、基本的にはモード分解による波動論に基づいているが、埋設管の動的解析との類似性もある³⁾。結果は、従来の完全密着の解と杭のみの解との中間に位置することが示され、かつすべりを引起す限界荷重等についても数値的に検討した。

2. 解析手法 図-1のような鉛直支持杭が、側方より等方均質な線形地盤に支持されている系を考える。鉛直変位 $w(r, z, t)$ のみを考えた土層の運動方程式は、境界条件(i) $z=0$ で $w=0$, (ii) $z=H$ で $\partial w/\partial z=0$ を用いて解くと

$$w(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_0(\beta_n r) \sin(\beta_n z) \quad \text{---- (1)}$$

ただし、 $K_0(\beta_n r)$ は変形ベッセル関数、 $\beta_n = \pi(2n-1)/2H$, $\eta = v_s/v_p$, $D_p = \lambda/\lambda$, $D_s = \mu/\mu$, $\beta_n = \left[\left\{ \eta^2 + i[D_p(\eta^2-2) + 2D_s] \right\} \beta_n^2 - (\omega/v_s)^2 \right]^{1/2} / (1+iD_s)^{1/2}$

一方、杭と土がその境界面上ですべっているときの様子を図-2に示しているが、このとき杭の単位長さ当りの運動方程式は次のように書ける。

$$2\pi r_0 \Gamma_F = -m \frac{\partial^2 (v e^{i\omega t})}{\partial t^2} + E_p \beta \frac{\partial^2 (v e^{i\omega t})}{\partial z^2} + P(z) e^{i\omega t} \quad \text{---- (2)}$$

ここに、 m : 杭の単位長の質量, E_p : 杭のヤング係数, β : 杭の断面積, $v = v(z)$: 杭の鉛直変位, $P(z)$: 杭頭の集中力 P を鉛直に分布させたもの;

$$P(z) = P \delta(z-H) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2P}{H} (-1)^{n-1} \sin(\beta_n z) \quad \text{---- (3)}$$

さらに Γ_F は摩擦応力であり、土のせん断応力と釣り合っている。すなわち

$$\Gamma_F = -\tau_{rz}|_{r=r_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n w_n \sin(\beta_n z) e^{i\omega t} \quad \text{---- (4)}$$

ただし、 $w_n = A_n K_0(\beta_n r_0)$, $\alpha_n = (\mu + i\mu') \beta_n K_1(\beta_n r_0) / K_0(\beta_n r_0)$, (μ' : 単位面積当りの抵抗係数)

$$\text{ここで、すべり変位を} y \text{とすると、} y(z, t) = v(z) e^{i\omega t} - w(r_0, z) e^{i\omega t} \quad \text{---- (5)}$$

$$\text{これらを Fourier 級数で表わすと、} y(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \sin(\beta_n z), v(z) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n \sin(\beta_n z), w(r_0, z) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \sin(\beta_n z) \quad \text{---- (6)}$$

一方、式(4)の摩擦応力 Γ_F はすべり変位 y および同速度 $\dot{y}$ の関数で表わされることが多いので

$$\Gamma_F \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} [R_n y_n(t) + C_n \dot{y}_n(t)] \sin(\beta_n z) \quad \text{---- (7)}$$

$$\text{としたときは、係数} R_n, C_n \text{は誤差最小化法}^{3)} \text{により求められる。そこで} y_n(t) = Y_n e^{i(\omega t - \phi_n)} \quad \text{---- (8)}$$

と表わすと、 R_n, C_n は一般には $R_n(Y_1, Y_2, \dots; \phi_1, \phi_2, \dots)$, $C_n(Y_1, Y_2, \dots; \phi_1, \phi_2, \dots)$ となり、これを求めることは容易ではない。ここでは簡単のため、あらゆる連成項を無視すると、1自由度系の場合と同様になる。そこで R_n, C_n を実数として扱うため、 $\xi_n(t) = \text{real}[y_n(t)] = Y_n \cos(\omega t - \phi_n)$

$$\text{とおくと、近似的に} R_n \sim \Gamma_{Fn}(\xi_n, \dot{\xi}_n) \xi_n(t) / \xi_n^2(t), C_n \sim \Gamma_{Fn}(\xi_n, \dot{\xi}_n) \dot{\xi}_n(t) / \dot{\xi}_n^2(t) \quad \text{---- (9)}$$

$$\text{ただし} \Gamma_{Fn}(\xi_n, \dot{\xi}_n) = \frac{2}{H} \int_0^H \Gamma_F(\xi_n, \dot{\xi}_n, z) \sin(\beta_n z) dz, (\text{バーは時間平均を表わす}) \quad \text{---- (10)}$$

さらに、 Γ_F は図-3のような履歴摩擦応力を与え、すべり応力 $\tau_s(z)$ として図-4のような深さとともに増大す

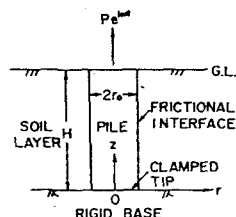


図-1 土と杭のモデル

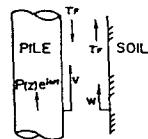


図-2 境界面の諸量

る場合を考えると、式(11)より： $R_n \sim 2L_0/R_n H$ ， $C_n \sim 4T_n/\pi\omega Y_n$ ，(R_0 ： T_F の副性) ---- (U3)

ただし、 $T_n = 2T_0/R_n H + 2(-1)^{n-1}(T_0 - T_n)/(R_n H)^2$ ---- (U4)

ここで式(2)～(7)より v_n を求め、これを完全密着の解の形に変形すると

$$v_n e^{i\omega t} = \frac{2\pi r_0 \alpha_n y_n(z) + \frac{2P}{H}(-1)^{n-1} e^{i\omega t}}{-m\omega^2 + Ep\beta R_n^2 + 2\pi r_0 \alpha_n} = \frac{\frac{2P}{H}(-1)^{n-1} e^{i\omega t}}{-m\omega^2 + Ep\beta R_n^2 + 2\pi r_0 \alpha_n} = \frac{\frac{2P}{H}(-1)^{n-1} e^{i\omega t}}{-m\omega^2 + Ep\beta R_n^2(1 + \delta_n)} \quad \text{--- (U5)}$$

一方、式(4)～(8)より： $(\alpha_n + R_n) y_n + C_n \dot{y}_n = \alpha_n v_n e^{i\omega t}$ ---- (U6)

式(U5)を式(U6)に代入すると： $[R_n + \frac{\alpha_n M_0}{M + iN}] y_n + C_n \dot{y}_n = \frac{\alpha_n}{M + iN} \frac{2P}{H}(-1)^{n-1} e^{i\omega t}$ ---- (U7)

ここに、 $M_0 = -m\omega^2 + Ep\beta R_n^2$ ， $M = M_0 + 2\pi r_0 \alpha_n$ ， $N = 2\pi r_0 \beta n$ ， $\alpha_n = a_n + i b_n$ ，

式(9)を式(U7)に代入し、実部虚部の連立より ϕ_n を消去すると、 Y_n が得られる；

$$Y_n = \begin{cases} \frac{-4T_n b_n M^2/\pi + \sqrt{D_n}}{(R_n M + a_n M_0)^2 + (R_n N + b_n M_0)^2} & ; P > P_{cr}^{(n)} \\ 0 & ; P < P_{cr}^{(n)} \end{cases} \quad \text{--- (U8)}$$

ただし、 $P_{cr}^{(n)} = H/2 \cdot (4T_n/\pi) \cdot \sqrt{(M^2 + N^2)/(2a_n^2 + b_n^2)}$ (：限界荷重)

$$D_n = (2P/H)^2 (a_n^2 + b_n^2) [(R_n M + a_n M_0)^2 + (R_n N + b_n M_0)^2] - (4T_n/\pi)^2 [(M^2 + N^2) R_n + (a_n M + b_n N) M_0]^2$$

3. 数値計算例 計算では $r_0 = 0$ (クローン摩擦)、 $D_n = D_0 = 0.02$ ， $v_2/v_3 = 3$ ， $T_0/\mu = 0.01$ ，杭と排除した土との質量比 $\pi = 0.1$ とした。図-5：比較的深い根入れでは、限界すべり荷重 $P_{cr}^{(n)}$ は振動数(α_0 ：無次元振動数)に依存しなく、かつすべり応力の勾配が大きい程低次モードの $P_{cr}^{(n)}$ の低下が著しいことが示されている。図-6：荷重の増加につれて、すべりが上部から下部へ進行していくことが分る。図-7：荷重が最大限界荷重を越えると、側方の土の支持力は急速に失われ、当然細い杭ほど早くこの状態になる。

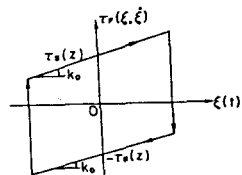


図-3 摩擦応力と変位の関係

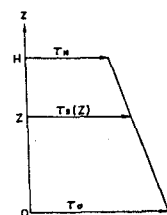


図-4 横方向力の鉛直分布

図-8：硬い地盤[：(a)] ほど杭に対する剛性の寄与は大きい、細長比には注意しなければならない。

参考文献 1) 田沼見寛：日本地工学シンポジウム(1960)講演集，1966.10，pp.255-260，2) T.Nagami and H.Novak：J. Earth. Engng. Struct. Dynamics, Vol.4, pp.297-293，3) 梶飼忠三：土木学会論文報告集，第272号，1978.4，pp.27-37，4) R.K.Miller：J. App. Mech., ASME, Vol.44, Ser. E, pp.652-656(1977)，5) H.D.Jwan and I-Hin Yang：J. App. Mech., ASME, Vol.39, Ser. E, No.2, pp.546-550(1972).

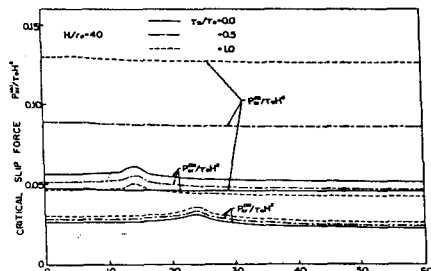


図-5 限界すべり荷重

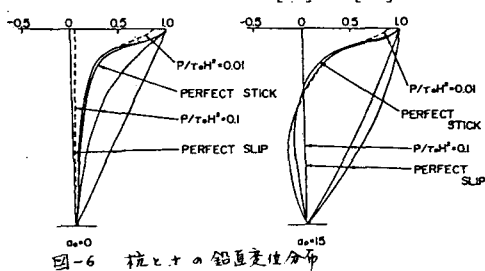


図-6 杭と土の鉛直変位分布

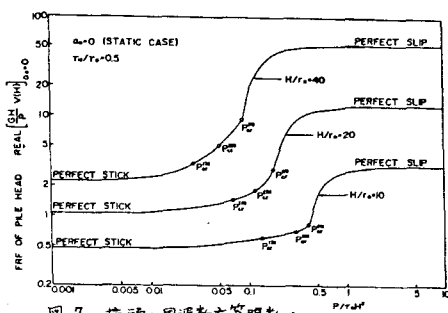


図-7 杭頭の周波数応答関数($\alpha_0 = 0$; 静的)

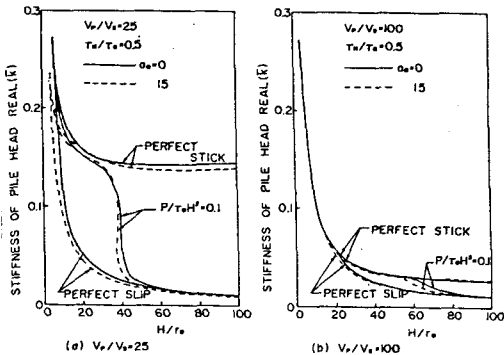


図-8 杭頭の剛性