

鹿児島大学工学部 正員 吉原 達
 鹿児島大学工学部 正員 河野 健二
 鹿児島大学工学部 近藤 勝義

1. まえがき

非比例減衰を有する構造物の動的応答解析法には種々のものがあるが、減衰マトリックスの対角化は地震応答解析の簡明化のため重要である。運動方程式を直接に解くことは、系の自由度の増加にともない計算時間の急激な増加、解の収束性、安定性などの問題を生じる。一般に構造物の地震応答解析において、応答量に及ぼす影響が大きい振動モードの数は系の自由度に比べれば十分少ないものであり、非減衰時のモーダルマトリックスによる減衰マトリックスの対角化が必要となる。このため応答スペクトル等を利用した地震応答解析においては非比例減衰マトリックスの対角化にともなう応答誤差の程度を明確にすることが重要となる。本研究は非減衰時のモーダルマトリックスによる非比例減衰マトリックスの対角化法が応答量の評価に及ぼす影響について検討を加えたものである。

2. 非比例減衰マトリックスの対角化

構造物の減衰性状を明確に把握し、減衰マトリックスを評価することは地震応答解析において重要なことであるが、現在のところ十分な解明には達していない。地盤を含む基礎-構造物系の動的相互作用特性を考慮した振動系では、一般に上部構造物と基礎部の減衰特性が大きく異なるため非比例減衰系となる。基礎地盤系の減衰は振動数に依存した形を有するが、構造物の応答が卓越する振動数領域では近似的に振動数に独立した形で扱われる。このような振動系の簡易なモデル化を示したのが Fig. 1 である。この振動系ではバネ k_i 、減衰 c_i がそれぞれ他のバネおよび減衰と異なりパラメータとして変化するものとする。Fig. 1 の系の運動方程式は

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = \{F\} \quad (1)$$

と表わされる。非減衰時のモーダルマトリックス $[U]$ を用いると、式(1)は減衰マトリックス $[C]$ が非比例形の場合、

$$\{\ddot{\xi}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\xi}\} + [\omega_s^2]\{\xi\} = \{f\} \quad (2)$$

と変換される。ただし $\{x\} = [U]\{\xi\}$ 、 $[\tilde{C}] = [U]^T[C][U]$ 。減衰マトリックス $[C]$ の対角化手法には種々のものが研究されている。最も簡単なものとしてはモーダルマトリックスによる対角化であり $[U]^T[C][U] = [2\beta_i\omega_i]$ として非対角項を無視して対角項のみをとり出したものがある。本研究ではこれを第1近似(0.1)として扱う。次に式(2)は j 次の振動モードに関して

$$\ddot{\xi}_j + \sum_{s=1}^n \tilde{C}_{js} \dot{\xi}_s + \omega_j^2 \xi_j = f_j \quad (3)$$

と書き換えられる。いま $f_j = f_j^0 \exp(i\omega t)$ なる調和振動を考慮すると、5次モードの応答が非対角項を無視した状態で評価されたとする、対角化された系の減衰係数は

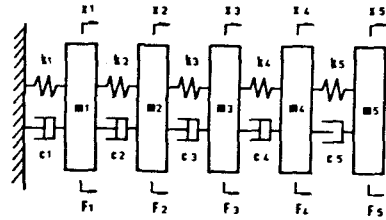


Fig. 1 非比例減衰系の振動モデル

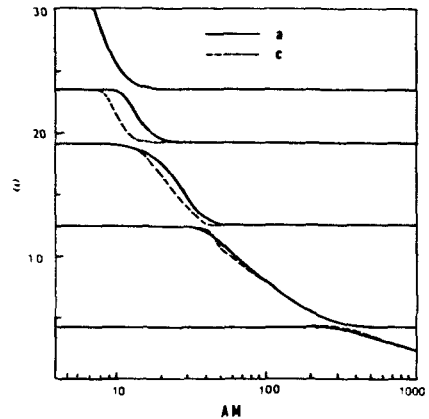


Fig. 2 固有振動数の近似化

$$C_j = \tilde{C}_j + \sum_{(s \neq j)}^n \tilde{C}_{sj} \frac{f_s}{f_j} \frac{\omega_j^2 \tilde{C}_j \tilde{C}_s}{(\omega_s^2 - \omega_j^2) + (\omega_j \tilde{C}_j)^2} \quad (4)$$

と表わされる。ここに $\tilde{C}_s$ は [国]^T[C][至]の5次モードに対応している。このような近似化を(4.2)と表わす。次に2次モードによるひずみエネルギーと減衰エネルギーを考慮すると、

$$C_j = \tilde{C}_j + \frac{1}{2} \sum_{(s \neq j)}^n \frac{\tilde{C}_{sj} |C_{sj}| \Omega_s}{\omega_j^2 \sqrt{(1 - \Omega_s^2)^2 + 4 \Omega_s^2 (\tilde{C}_j - \tilde{C}_s \Omega_s)^2}} \quad (5)$$

と表わされる。ただし $\Omega_s = (\omega_s / \omega_j)$

このような近似化を(4.3)と表わす。また複素固有値解析から得られる結果を(C.4)と表わす。

3. 数値解析結果

Fig. 2はね減衰数 k_1 を一定とし質量 m_1 をパラメータとして変化させた場合の各次モードの振動数の変化を示したものである。実線は非減衰時の固有振動数を表わしており、破線は複素固有値解析の結果を示したものである。各次振動モードの接近する領域を除き大きな相違は見られない。Fig. 3は固有振動数の変化に対する1次と2次の振動モードの減衰定数の変化を示したものである。1次と2次の固有振動数が接近するとき、それそれの減衰定数が急変し、各次モードへの転換が生じていることがわかる。複素固有値解析結果に比べ各々の近似法による減衰定数は、固有振動数の接近部に若干の相違がみられる他はよく一致していることがわかる。

Fig. 4およびFig. 5は非比例減衰を有するFig. 1の振動系の共振点の応答を示したものである。1次と2次の固有振動数が最も接近するとき、非比例減衰マトリックスの対角化により各次振動モードの減衰定数の評価によって応答に相違がみられる。Fig. 4は C_1 の減衰定数が0.1、他の減衰定数が0.02と質量に比例した非比例系の減衰を有する系の応答であり、

Fig. 5は C_1 の減衰定数が0.2、他の減衰定数が0.02とばね定数に比例した非比例系の減衰を有する系の応答を示している。非比例減衰マトリックスの近似化を行わずに求めた応答(C.4)に対し近似化した系の応答は共振時を除きほぼ一致した値を示している。したがって[至]^T[C][至]の対角項のみを用いることにより共振時以外の応答は十分に近似されることがわかる。

一方、共振時においては近似式(5)による応答は(C.4)と比べて小さく、近似式(4)による応答はそれより大きく評価されている。また共振時においては、[至]^T[C][至]の対角項のみによる近似化は(C.4)より小さい。したがって厳密な応答は近似式(5)による応答と、近似式(4)あるいは[至]^T[C][至]の対角項による応答を用いて評価できることがわかる。

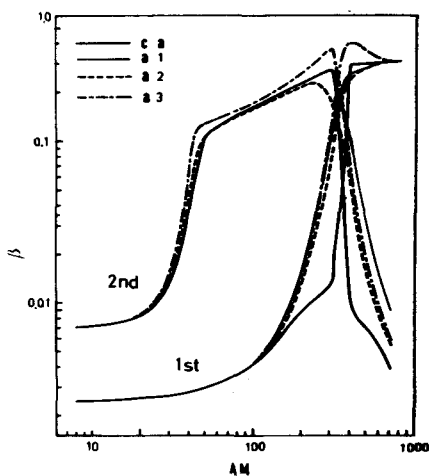


Fig. 3 減衰定数の近似化

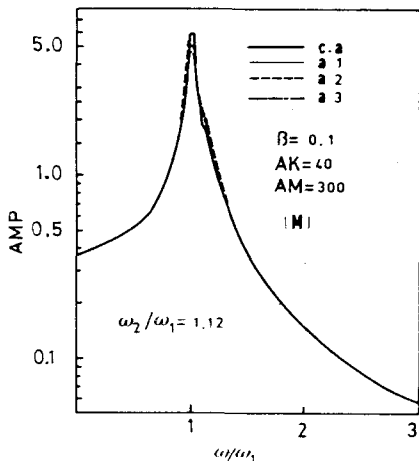


Fig. 4 非比例減衰系の周波数応答曲線

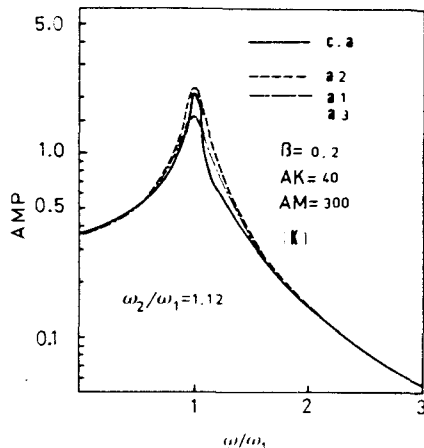


Fig. 5 非比例減衰系の周波数応答曲線