

熊本大学工学部 正 員 小林一郎
同 上 学生員 ○ 前田竜一
同 上 正 員 三池亮次

1. はじめに 筆者らは、接続マトリックスによる骨組構造の最適設計を試みるものであり、一部は先の報告の通りである。接続マトリックスの最適設計への応用は、大久保がトラスの骨組形状の最適設計を行っているが、ピン結合部材のため、接続マトリックスではなく変換マトリックスについて定式化されている。また、K. M. Romstad は、剛結合部材（ラーメン）について断面積のみの最小重量設計を行っているが、この中では compatibility matrix として、接続マトリックスによる定式化が行なわれている。接続マトリックスにはいくつかの利点があるが、応力の算出が容易なこととそのひとつである。また、接続マトリックスの逆マトリックスより導かれる A マトリックスは、影響線マトリックスであるので、最大断面力についての最適解を得ることも可能である。また、最適化手法として SLP 法を用いるが、その際必要となる感度係数も求めらるるので不静定トラス構造についても解析可能である。

2. 影響線マトリックスについて 外力 $\bar{P}$ と部材断面力 $\bar{P}_m$ は、次のように陽形式に結びつけられる。

$$\bar{P} = CP_m \quad (1), \quad \bar{P}_m = K_m C^t (CK_m C^t)^{-1} \bar{P} = A \bar{P} \quad (2)$$

ただし、 C は接続マトリックス、 A は影響線マトリックスである。

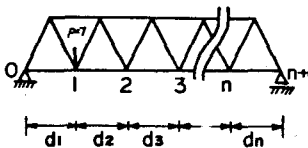
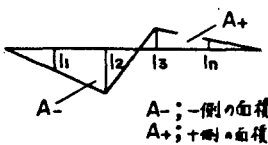


図-1 のような平行弦ワーレントラスに下弦載荷した場合を例にとり、断面力の影響線の算出手順を述べる。いま単位荷重が節点 0 から 1, 2, ..., n+1 の順に移動するとすれば、各節点に単位荷重がかかったときの部材断面力は、式(2)から容易に求められる。図-1 の影響線図における縦距 $l_1, \dots, l_n$ がそれぞれである。i 番目の部材の縦距ベクトルを L_i とすると、次のように表現できる。

$$L_i = [l_1, l_2, \dots, l_n] \quad (3)$$



さて、部材の縦距ベクトル L_i が求められたら、図-1 における、 A_+ 、 A_- 、 l_{max} を求めることによって、部材最大断面力 (P_2) が求まる。

$$P_2 = (A_+ - A_-) f_1 + l_{max} f_2 + \max(A_+, A_-) f_3 \quad (4)$$

図-1

ただし、 f_1 は単位長さ当りの死荷重、 f_2 、 f_3 は道路橋示方書でいう線荷重 P と等分布荷重 w である。 L_i が求まれば、 $F = [f_1, f_2, f_3]$ とすると、式(4)は次式のようにマトリックス表示することが可能である。

$$P_i = L_i \cdot E_i \cdot F \quad (5)$$

ただし、 $E_i = [e_1, e_2, e_3]$

ここに、 L_i は $(1 \times m)$ のベクトル、 E_i は $(m \times 3)$ のマトリックスで、 e_1, e_2, e_3 はそれぞれ $(m \times 1)$ のベクトルである。 e_1, e_2 は、次のようにして求まる。 e_1 は、式(4)の l_{max} に対応するところに 1、それ以外のところには 0 を入れる。また、 e_2, e_3 は、図-2 に示すフローチャートに従って求められる。ただし、上弦材、下弦材のように影響

$$e_1 = \begin{bmatrix} \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} \\ \frac{d_2}{2} + \frac{d_3}{2} \\ \vdots \\ \frac{d_n}{2} + \frac{d_{n+1}}{2} \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

線の面積の一方の符号のみの場合は、 E_i は E_i に等しい。

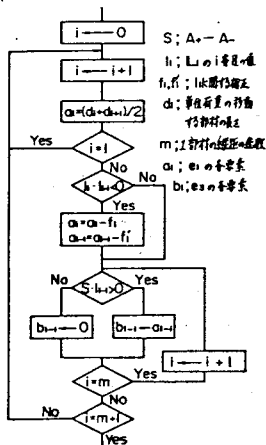


図-2

3. 感度係数の算出 式(4)より最大断面力が求まれば、応力ベクトル σ_m およびその感度係数は、それぞれ次式のようにになる。

$$\sigma_m = D_m P_m \quad (7), \quad \frac{\partial \sigma_m}{\partial X} = \frac{\partial D_m}{\partial X} P_m + D_m \frac{\partial P_m}{\partial X} \quad (8)$$

ただし、 D_m は、断面力を応力に変換するマトリックスであり、ピン結合部材では、主対角に、各部材の断面積の逆数 $1/A$ ではいつている。

式(8)の右辺の第一項の感度係数は容易に求められる。また、第二項は、 P_m のおのの要素である式(5)について求めると、次式のようにになる。

$$\frac{\partial P_i}{\partial X} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial P_i}{\partial L_k} \frac{\partial L_k}{\partial X} \quad (9)$$

ただし、

$$\frac{\partial P_i}{\partial L_k} = \frac{\partial L_i}{\partial L_k} \cdot E_i \cdot F + L_i \cdot \frac{\partial E_i}{\partial L_k} F \quad (10)$$

4. 最適設計および数値計算 制約条件としては、応力制限、板厚制限、細長比制限、面外座屈防止の条件を考える。

$$\sigma_{ca} \leq \sigma \text{ or } \sigma \leq \sigma_{ta} \quad (11), \quad 20 C_F \leq \lambda \leq 120 \text{ or } 200 \quad (12)$$

$$t_1, t_2 \geq 0.8 \quad (F.L.L, t_1: \text{ウェブの板厚}, t_2: \text{フランジの板厚}) \quad (13)$$

設計変数は、断面積 A_i 、細長比 λ_i 、断面形状係数 C_F 、フランジ幅 B (全部材でひとつ)とし、目的関数は、最小重量設計に従うものとして、 $\Sigma = \sum_{i=1}^n A_i L_i$ を最小とする。ただし、 L_i は部材長である。図-3のような7部材5節点の静定ワーレントラスを例にとって本法(以下model Aと呼ぶ)と、各節点に集中荷重を載荷する従来の方法(model B)による最適設計の結果を表-1に示す。両者の結果と比較すると総重量

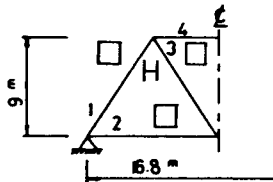


図-3

表-1

部材番号	$A(\text{cm}^2)$	λ	$H(\text{cm})$	$t_1(\text{cm})$	$t_2(\text{cm})$	C_F	$\sigma(\text{kg/cm}^2)$	$\sigma_a(\text{kg/cm}^2)$	$B(\text{cm})$	総重量(kg)
モデル A	1	60.7	103.2	19.0	0.80	0.80	1.225	-691.8	-691.8	19.0
	2	44.8	200.0	9.0	0.80	0.80	1.129	468.9	1400.0	19.0
	3	42.8	200.0	17.3	0.80	0.80	2.157	990.1	1400.0	19.0
	4	60.8	103.2	19.0	0.80	0.80	1.225	-691.8	-691.8	19.0
モデル B	1	57.2	109.5	17.9	0.80	0.80	1.225	-642.0	-642.0	17.9
	2	43.1	200.0	9.1	0.80	0.80	1.136	425.9	1400.0	17.9
	3	41.6	200.0	17.1	0.80	0.80	2.136	883.2	1400.0	17.9
	4	60.4	114.2	16.7	0.94	0.80	1.190	-608.0	-608.0	17.9
										$W_A = 2245.3$
										$W_B = 2162.5$

り参考文献 小林他「接続マトリックスによる最適骨組形状設計」53年度 西部支部研究発表会講演集