

九州大学 工学部 学生員 志岐 寛

九州大学 工学部 正 員 新屋敷 隆

九州大学 工学部 学生員 大本 照憲

1. まえびき

浮遊砂は乱流拡散現象によって輸送される形態の流砂であり、これまで濃度分布は主に拡散方程式の解として求められてきた。それに対して、浮遊砂の輸送はランダムに粒子の移動の連続が行なわれるという観点から濃度分布を確率論的に取扱うという試みもなされてきた。YALIN⁽¹⁾は粒子の挙動は正規分布に従い、その正規分布の標準偏差は乱流強度に比例するものとして濃度分布を求めている。吉川、石川⁽²⁾もYALINらと同様に粒子の遷移確率を用いて濃度分布を求めている。YALINらはシミュレーションによって濃度分布を求めているのに対して吉川、石川は解析的に濃度分布を求めているが、流速分布を一樣分布であると仮定している。本研究も確率論的観点に立ち、粒子の移動を追跡して粒子の遷移確率を求め、それを用いてシミュレーションにより濃度分布を決定しようとするものである。ここでは遷移確率は正規分布で表わされるものとし、Y方向についての2次元濃度分布を取扱い、流れは等流であるとする。

2. 確率モデル

粒子の遷移確率が正規分布に従うものとする。\$t\$ 時間における粒子のY方向移動量を \$\eta\$ として遷移確率は次のように表わされる。

$$\phi_Y(\eta) = \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\eta - \bar{\eta})^2}{2\sigma_Y^2} \right\} \quad (1)$$

ここに \$\sigma_Y\$ は \$\eta\$ の標準偏差であり、Y の関数であると考えられる。また \$\bar{\eta}\$ は \$\eta\$ の平均値である。

いま初期濃度を適当に仮定して第0ステップ目の濃度分布とすれば、第1ステップ目の濃度分布は次式で与えられる。

$$f_1(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_Y(\eta) \cdot f_0(Y - \eta) d\eta \quad (2)$$

同様に第 \$n\$ ステップ目の濃度分布と第 \$n+1\$ ステップ目の濃度分布のあいだには次の関係式が成り立つ。

$$f_{n+1}(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_Y(\eta) f_n(Y - \eta) d\eta \quad (3)$$

初期濃度分布の形にかかわらず、ステップが進むと同一の濃度分布に収束してゆき \$f_{n+1}(Y) \approx f_n(Y)\$ となるので定常状態では (3) 式の両辺の \$f\$ は同一のものとみることができ (3) 式はたまたみ込み積分となる。たまたみ込み積分をそのまま解くことは容易ではないので、ここでは (3) 式を離散型で表わしてシミュレーションに便利なように表示する。水深を \$m\$ 個の狭い層に分割して計算するものとする。添字 \$i\$ が層の番号を、添字 \$n\$ がステップ数を、\$\delta y\$ が層の厚さを表わすものとして

$$[f(Y)]_{n+1} = \sum_{i=1}^m \phi_i(Y) \cdot [f(Y - \eta)]_n \delta y \quad (4)$$

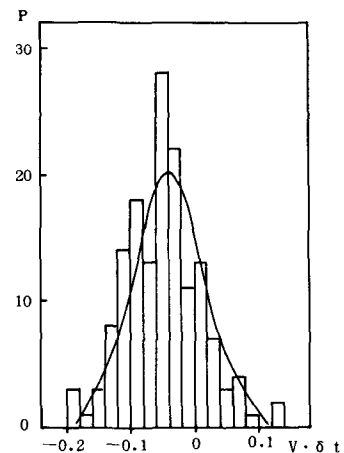


図-1

3 実験装置および方法

実験水路は幅 25 cm 深さ 20 cm 長さ 5 m の両面アクリル製の可変勾配水路で、上流に整流槽をもち下流端から約 30 cm の位置に可動板を設けている。また底面には砂を刷り付けて導流を実現している。実験は水を操作して水深を一定としたのを確かめたのち、上流から $x = 150, 250, 350$ cm の三点で直径 5 mm の小型アロペラ流速計で流速分布を測定し、次に気泡が付着しないようにあらかじめアルコールに浸しておいたポリスチレン粒子を上流側から供給し、 $x = 250$ cm 付近に 16 mm フィルムに撮映し、SONIC DIGITIZER を用いて粒子の Y 方向移動量 y を求め、各層ごとに元おきの σ_y を求めた。

4. 実験結果および考察

図 1 は粒子の移動量 y のヒストグラムと平均値 $\bar{y}$ で標準偏差 σ_y である正規分布曲線を示している。この図から、粒子の遷移確率として正規分布を用いることの妥当性がうかがえる。

図 2 に実験に用いたポリスチレン粒子の諸元と σ_y が正規分布に従うとして求めた各層の σ_y と乱れ強度の測定例とともに示している。図 2 より σ_y の分布形と乱れ強度の分布形が類似していることがわかる。これはポリスチレンの粒子は流体の動きに比較よく追従しているものと考えられる。

現時点ではデータが充分ではないので σ_y がどのような分布をとるのか判定できないが、ここでは σ_y が一様に分布しているものとみよって (9) 式を用いてシミュレーションを行い濃度分布を求めた。その結果を図 3 に示す。図 3 において Rouse 分布および Lane・Kalinske のモデルでは標準高を $a = 0.05$ とし、確率モデルでは $a = 0$ としている。

5. おわりに

本研究により粒子の移動確率が正規分布で近似することの妥当性が与えられた。データを充分に集めれば σ_y と乱れ強度の関係と求めることが可能と思われる。本研究では一次元の濃度分布に限って取扱ったが、今後二次元の確立モデルの研究を行いたいと思う。最後に本研究を進めるにあたり終始適切な御助言と御指導を頂いた九州大学平野助教に、また実験およびデータ処理に熱心に協力してくれた本学学生安川仁士君に深く感謝の意を表します。

- 〈参考文献〉 (1) M.S. YALIN, B.M. KRISHAPPAN; A PROBABILISTIC METHOD FOR DETERMINING THE DISTRIBUTION OF SUSPENDED SOLIDS IN OPEN CHANNELS, INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RIVER MECHANICS, SEDI. Trans. Proc., Vol. 1, pp. 603 ~ 614, 1973
(2) 吉川、石川; 流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について, 土木学会論文報告集 第 267 号 1978 年 1 月

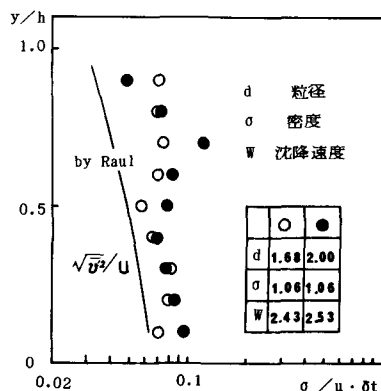


図-2

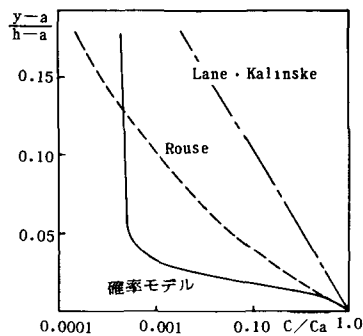


図-3 濃度分布