

九州大学・学生員 坪野 文昭

九州大学 正会員 藤野 和徳

九州大学 正会員 上田 年成

1. まえがき 海岸付近に設置された井戸群による地下淡水の過剰取水によって、地下塩水楔が陸側に極度に侵入して、海岸地下水の塩水汚染を起しししばしば問題となっている。したがって海岸付近の広域地下水領域について井戸群の取水等による塩水楔の侵入状況を求める解析手法の確立および海岸地下水の品質保全と効果的地下淡水取水からみた合理的井戸取水計画の決定手法の確立が要請される。これまで井戸群の最適取水の研究については、ある領域に整列された各井戸の揚水量に制約を与えて井戸水位の合計を最大にする算定手法¹⁾、井戸群の取水水量、水位を与えた制約条件のもとでの最大取水量の算定手法²⁾の研究などがあげられる。しかし、地下鉛度流の場合の最適井戸取水については、いまだ研究の例がないようである。本報は、塩害防止上から設定される塩水楔の侵入限界線と地下水の異常低下の防止上から設定される井戸の低限界水位を越えない条件のもとで、各井戸の取水量の合計を最大にする状態を最適取水と定義して、この場合の各井戸の取水量を線形計画法から求める計算手法を提示したものである。

2. 基礎方程式 準一様流の仮定のもとにDarcy則より単位幅あたりの流量は、 $q_x = -k \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial x}$, $q_y = -k \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial y}$ — (1) ここに、 k は透水係数、 ϕ は淡水水頭、 ϵ は淡水層の厚さである。いま、 ρ_f , ρ_s を淡水、塩水密度、 H_s , h_f , h_s , k を図-1の値とすれば、領域Iでは、 $k = \left(\frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} + 1 \right) k_f = \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} (\phi - H_s)$ — (2) 領域IIでは、 $k = \phi$ — (3)、いま、一般に $k = \alpha \phi + \beta$ — (4) とする。(領域Iでは $\alpha = \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f}$, $\beta = -\frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} H_s$, 領域IIでは

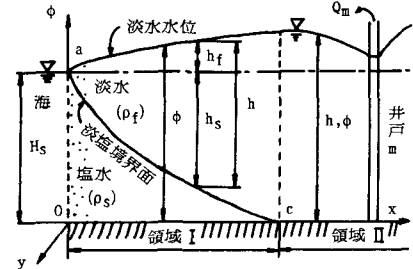


図-1 不圧領域地下密度流断面図

$\alpha = 1$, $\beta = 0$ — (5).) ここで、 k が場所的に変化する場合を考える。式(1)は、 $q_x = -k \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} (\alpha \phi + \beta) \right]$, $q_y = -k \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} (\alpha \phi + \beta) \right]$ — (6), Strack³⁾の用いた流量ポテンシャルを参照して、ある種のポテンシャルを $\psi = \frac{1}{2} \alpha (\phi + \frac{\beta}{\alpha}) + C$ (ここに C は定数) — (7) とすれば、 $q_x = -k \frac{\partial \psi}{\partial x}$, $q_y = -k \frac{\partial \psi}{\partial y}$ — (8) 連続の条件から $\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = -\sum Q_m \delta(x-x_m) \delta(y-y_m)$ — (9), ここに、 x_m , y_m は井戸 m の x , y 座標、 Q_m はその取水水量、 δ はデルタ関数である。式(8), (9)より $\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \sum Q_m \delta(x-x_m) \delta(y-y_m)$ — (10) 領域Iのポテンシャルは、式(5), (7)より $\psi = \frac{1}{2} \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} (\phi - H_s)^2 + C_1$ — (11) ここに C_1 は領域Iでの定数。領域IIのポテンシャルは $\psi = \frac{1}{2} \phi^2 + C_2$ — (12) ここに C_2 は領域IIでの定数。塩水楔の先端では、式(11), (12)を等しいとおいて、 $C_1 - C_2 = \frac{1}{2} H_s^2 \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f}$ となり、 $C_2 = 0$ とすると、領域Iでは、 $\psi = \frac{1}{2} \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} (\phi - H_s)^2$ — (13), 領域IIでは、 $\psi = \frac{1}{2} \phi^2 - \frac{1}{2} H_s^2 \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f}$ — (14)。また、塩水楔の先端位置では、式(13)に $\phi = \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} H_s$ を代入して $\psi = \frac{1}{2} H_s^2 \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f}$ — (15)。

3. 有限要素法による数値解析 式(10)に対応する汎関数は $\chi(\psi) = \frac{1}{2} \iint k \left\{ \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy + \left(\sum Q_m \times \delta(x-x_m) \delta(y-y_m) \right) \psi$ — (16) いま、三角形要素 ϵ 内で ψ の1次分布を仮定し、 ψ を各節点の ψ と節点座標で表わして、式(16)の ψ に代入して後、 ψ についての変分 $\frac{\partial \chi}{\partial \psi}$ をとり0とおけば、節点のポテンシャル ψ を未知数とする連立方程式がえられる。これをマトリックス表示すると次のようである。 $A \psi + Q = 0$ — (17) ここに、 A は透水係数と節点座標からなる係数行列、 ψ は節点のポテンシャルベクトル、 Q は井戸の取水量ベクトルである。したがって境界条件のもとに式(17)を解き、各節点のポテンシャル ψ を求め、この ψ が式(13)の ψ に一致する位置を求めて、塩水楔先端位置とし、さらに式(13), (14)から全領域の淡水水頭 ϕ が求められる。

4. 最適取水の解 領域内に配置された各節点のポテンシャル ψ と境界条件、井戸取水量 Q などの関係式は、式(17)で示される。いまポテンシャル ψ を分割して、 ψ を井戸節点と塩水楔侵入限界節点、 ψ を領域内任意節点、

塩と境界節点に対するポテンシャルとすれば、領域内任意節点および境界節点 $\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ — (18)

この取水量は0であるから、式(17)は式(18)のような小行列に分割できる。
 Q_1 については、 $Q_1 = B\Phi + C$ — (19) ここで、 $B = -[A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}]$,
 $C = [A_{12}A_{22}^{-1}A_{23} - A_{13}]$ Φ — (20) この係数行列Bおよび列ベクトルCは、対象領域の境界条件と井戸の配置すなわち、各座標値の関数であり、取水に関する領域固有の特性量である。いま、取水井戸節点に添字W、塩水

根拠侵入限界節点に添字Sとつけると、式(19)は $\begin{bmatrix} Q_W \\ Q_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{WW} & B_{WS} \\ B_{SW} & B_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_W \\ \Phi_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_W \\ C_S \end{bmatrix}$ — (21)

次に、 Φ_W および Φ_S をそれぞれ取水井戸節点 および塩水根拠侵入限界節点のポテンシャルの低限界値とし、 $\Phi_W = \Phi_W - \Phi_S^*$, $\Phi_S = \Phi_S - \Phi_S^*$ — (22) とすれば、総取水量を最大にする最適取水問題は、井戸の取水量を Q_m とすれば、次のような線形計画の問題、すなわち、 $Q_W = B_{WW}\Phi_W + B_{WS}\Phi_S + B_{SW}\Phi_S^* + B_{SS}\Phi_S^* + C_W \geq 0$, $Q_S = B_{SW}\Phi_W + B_{SS}\Phi_S + B_{SW}\Phi_S^* + B_{SS}\Phi_S^* + C_S \geq 0$, $\Phi_W \geq 0$, $\Phi_S \geq 0$ — (23) の条件のもとに目的関数 $f = \sum_{m=1}^M Q_m$ (Mは井戸総数) — (24) を最大とする解を求める問題となる。

5. Φ_W , Φ_S^* について 塩水根拠の先端位置のポテンシャルは式(19)であるから、塩水根拠侵入限界節点では式(19)の塩以上のポテンシャルをもち、塩水根拠はこの節点を越えて侵入することはないという。したがって、 Φ_S としては式(19)の値を与えればよい。 Φ_S^* の値については、一般に井戸水位をあまり低下させるとその付近の地盤沈下あるいは海岸付近では塩水の侵入を来すことから、この面からの制約が生ずる。ここでは塩水侵入の制約はすでに Φ_S^* で与えられているので、地盤沈下の面からの制約のみを考えればよい。例えば、地盤沈下量 $\Delta b'$ は、 $\Delta b'$ を木頭

の低下量、 b' を沈下地盤の層厚、 γ_w を地盤の圧縮係数、 γ_w を水の単位体積重量とすれば、 $\Delta b' = \gamma_w \gamma_w b' \Delta \phi$ — (25) で示されている。したがって、これを参考として井戸の水位低下量の制約を考えて井戸の淡水水位 ϕ を与えればよく、この値 ϕ によって式(19)から Φ_W が与えられる。

6. 塩水根拠先端の安定性の検討 海岸付近に1個の井戸がある場合、一般にその流れの平面図および断面図は、図-2(a), (b)のようになる。図-2(a)に示すように、井戸Wを通る淡水地下水木の主流にそって断面XX'上に生ずるよどみ点すなわち図-2(a)の井戸への流れと海への流れとの分岐点をA点、その鉛直線上への水面の位置を A_u 点とし、XX'線上の塩水根拠先端位置をC点、C点を通る鉛直線上の水面位置を C_u 点とすれば、この場合井戸の揚水量を増すとA点は海側に進みC点は井戸側に進む。いまC点がA点より海側に、ある距離を保っている場合は井戸Wの揚水量が少し変動してもC点の移動はそれ程顕著ではなく安定した塩水根拠先端の状態を保持する。しかし、A点とC点とがほぼ一致しているときは、井戸の揚水量の増加によりAの木頭

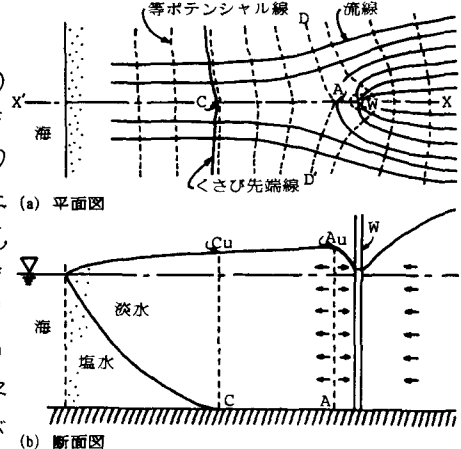


図-2 海岸付近に井戸がある場合の流れ(一般図)
(A:よどみ点, C:くさび先端位置)

が下がり、もし塩水根拠先端CがA点とつき抜けると井戸まで一気に侵入してしまう。すなわち、C点がA点に接近した場合は、塩水根拠先端は不安定な状態にあるといえるので、井戸を陸側に移すかしてC点が海側に十分な距離を保っていることを確認する必要がある。

7. 結び 以上のように Φ_W , Φ_S^* を与えると前述の算定手法により、塩水根拠侵入限界線と井戸の低限界水位の両者から制約をうけた最適値すなわち両者のうちいづれか厳しい条件によって規制をうけた最適取水量がえられることになる。

D Aguado, E., and Romson, I.: Ground-Water Hydraulics in Aquifer Management, Proc. of A.S.C.E., Vol. 100, 1974.
 又上田, 神野, 長野: 広域地下水からの最適取水について, 土木学会論文報告集, 第283号, pp. 33~43, 1979年3月.
 3) Strack, O. D. L.: A Single-Potential Solution for Regional Interface Problems in Coastal Aquifers, Water R.R., 12(6), 1976.