

九州大学 工学部 正員 椿 東一郎
九州大学 工学部 正員 小松 利光
九州大学 大学院 学生員 菅原 稔

1. まえがき

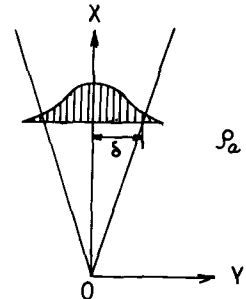
静止した一様密度 ρ_a の流体中に軽い密度 ρ_b の流体 ($\rho_b < \rho_a$) を放出させる三次元の鉛直上昇プルームの浮上拡散については Abraham, Priestley, 林, 著者らにより活発な研究が行われ、かなりの程度明らかにされている。一方二次元の鉛直プルームの浮上拡散については確立領域に関して NIKOLASE, KOTSOVINOS らの理論および実験的研究があるが形成領域についてはほとんどふれられていない。今回我々は二次元浮力プルームの流動特性について三次元の取り扱いと同様の手法で浮力効果の卓越する形成領域における理論解析を行い、確立領域における解と接続させることにより幅広い出口内部 Froude 数に対する理論解を得るのをご報告する。

2. 理論的解析

(確立領域) 仮想線源を考え、拡がり幅の方向に y 軸、鉛直方向に x 軸を考えると基礎式としては平均流速 (U, V)、その変動分 (u, v)、単位質量当りの浮力を $B = g(\rho_a - \rho_b)/\rho_a$ とすると次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} U^2 + \frac{\partial}{\partial y} VU = \frac{\partial}{\partial y} (\tau/\rho) + B \quad (\text{運動方程式}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} UB + \frac{\partial}{\partial y} VB = -\frac{\partial}{\partial y} (\overline{v}b) \quad (\text{拡散方程式}) \quad (2)$$



ここで、浮力、流速およびせん断力の分布に対し相似性を仮定する。図1 仮想線源
 $U = U_c f(\eta)$, $B = B_c h(\eta)$, $\tau/\rho = \frac{1}{2} U_c^2 g(\eta)$, $\eta = y/\delta$ (3) ここに U_c, B_c は中心面上の流速および浮力である。(3) 式を用いて (1) (2) 式を $y=0 \sim \infty$ で積分すると $f(\eta) = h(\eta) = \exp(-0.6937\eta^2)$ において次式が得られる。 $I_2 \frac{d}{dx} (\delta U_c^2) = I_3 \delta B_c$ (4) $2 I_1 \frac{d}{dx} (U_c B_c \delta) = 0$ (5)

また (1) 式に U をかけて $y=0 \sim \infty$ で積分すると平均流エネルギーの式として (6) 式となる。

$$\frac{d}{dx} (U_c^2 \delta) = -C U_c^2 + r_1 \delta U_c B_c \quad (6) \quad I_1 = \int_0^\infty f^2 d\eta, \quad I_2 = \int_0^\infty f^2 d\eta, \quad I_3 = \int_0^\infty h d\eta \quad r_1 = 2 \int_0^\infty f h d\eta / \int_0^\infty f^2 d\eta$$

$C = \int_0^\infty \frac{d\tau}{\rho} d\eta / \int_0^\infty f^2 d\eta$ 決定すべき未知数は δ, U_c, B_c の3個であり式(4), (5), (6) を解くことで求められる。また仮想線源での単位長さ当たりの momentum flux M_0 , buoyancy flux N_0 を用いてプルーム特性量を (7) 式のように無次元化するとパラメータの Froude 数が消えて ξ に対する Δ, U_c, B_c のそれぞれの理論解が一本の曲線で表される。

$$\Delta = \frac{\delta N_0^{1/3}}{M_0}, \quad U_c = \frac{N_0}{U_c}, \quad B_c = \frac{N_0^{1/3}}{B_c M_0}, \quad \xi = \frac{x N_0^{1/3}}{M_0} \quad (7)$$

ここに buoyancy flux N_0 は保存され $N_0 = 2 I_1 U_c B_c \delta (= U_0 B_0 D_0)$ で与えられる。 C の値は Bradury の実験結果より $C = 0.055$ を用いる。実際の流れに確立領域の理論を用いるにあたって実際の放出口と仮想線源の位置関係および仮想線源での momentum flux M_0 と実際の放出口の momentum flux M_{00} の比 M_0/M_{00} の評価が次の問題となる。

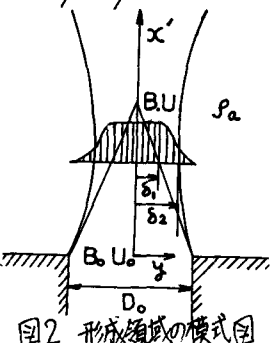


図2 形成領域の模式図

(形成領域)形成領域は図2で示されるようにcore部分と混合領域とからなる。core部では浮力の影響を受けて縮流し、流速が速い。流速、浮力分布を次のように考える。core内ではy方向に流速、浮力が一定で混合領域内で相似性を仮定すると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \text{流速分布 (i)} & 0 \leq y \leq \delta_1; U=U_c \text{ (ii)} y \geq \delta_1; U=U_c f(\eta) \\ \text{浮力分布 (i)} & 0 \leq y \leq \delta_1; B=B_0 \text{ (ii)} y \geq \delta_1; B=B_0 h(\eta) \end{aligned} \right\} (8)$$

ここに $B_0 = \text{const}$, $\eta = (y - \delta_1) / (\delta_2 - \delta_1) = (y - \delta_1) / R'$
(8)式を使て、(4)(5)(6)式を $y=0 \sim \infty$ で積分すると $f(\eta) = h(\eta) = \exp(-0.693 \eta^2)$ において次のようになる。

$$\frac{d}{dx} (U_c^2 \delta_1 + U_c^2 I_2 R) = B_0 (\delta_1 + I_3 R) \quad (\text{運動方程式}) \quad (9)$$

$$\frac{d}{dx} (U_c^3 \delta_1 + U_c^3 I_4 R) = -I_5 U_c^3 + 2 U_c B_0 (\delta_1 + I_3 R) \quad (\text{エネルギー方程式}) \quad (10)$$

$$\frac{d}{dx} (U_c \delta_1 + U_c I_1 R) = 0 \quad (\text{拡散方程式}) \quad (11)$$

$$I_4 = \int_0^\infty f^2 \eta^2 d\eta \quad I_5 = C \cdot I_4$$

式(9)~(11)での U_c, δ_1, R' を出口の条件 U_0, D_0 (放出口の長さ) で無次元化すると式(9)~(11)は $U_* = U_c/U_0, \Delta_* = \delta_1/D_0, R_* = R'/D_0$ を規定する式となりパラメータとして $Fr_0 = U_0/\sqrt{B_0 D_0}$ を含む。

$X_* = x/D_0 = 0$ で $\Delta_* = 0.5, R_* = 0, U_* = 1.0$ の初期条件を与えて(9)~(11)式を数値計算することで任意のFroude数に対するcore消失点での U_*, Δ_*, R_* が求まる。これらの値を境界条件として式(4)~(6)における U_c, δ_1, B_c を出口の条件 U_0, D_0, B_0 で無次元化して式を数値計算すると確立領域でのフルーム特性量が求められる。 U_c, B_c, Δ, ξ と $U_*, B_*, \Delta_*, \xi_*$ の間には次の関係がある。

$$U_c = \frac{1}{Fr_0^2 U_*} \quad (12) \quad B_c = \frac{1}{\alpha_B Fr_0^2 B_*} \quad (13) \quad \Delta = \frac{\Delta_*}{\alpha_\Delta Fr_0^2} \quad (14) \quad \xi = \frac{\xi_*}{\alpha_\xi Fr_0^2} \quad (15)$$

数値計算から得られた確立領域の任意の x に対する $U_*, B_*, \Delta_*, \xi_*$ (12)式を用いて U_c が求まる。つづいて ξ と U_c の関係から ξ の U_c に対する値が求まり、その ξ に対する B_c, Δ が得られる。(13)(14)式から得られた D_0, B_0 がほとんど同じであることがその平均値を採用することにする。得られた $\alpha (= M_0/N_0)$ の値と α の値を(15)式に代入して D_0 で無次元化した仮想線源からの距離 ξ_* が求まる。仮想線源から放出口までの距離 ξ_{ac} が(16)式で計算される。

$\xi_{ac} = x_{ac} - \xi_*$ (16) 得られた結果を放出口の内部Froude数 Fr_0 に対して図(3)図(4)に示す。 $Fr_0 > 10$ ではmomentum flux M_0 が buoyancy flux N_0 よりも速くjet-like flowで、 $Fr_0 < 10$ では buoyancy flux N_0 が速くjet-like flowほどを主とするplume-like flowである。特に $Fr_0 \approx 2.2$ では $M_0/M_0 = 0$ (即ち $M_0 = 0$ となり) pure-plume となる。 U_c, B_c, Δ と ξ の関係を示しているのが図5図6、図7である。

本研究においてデータの整理は協力してくれた後藤俊一君に謝意を表す。

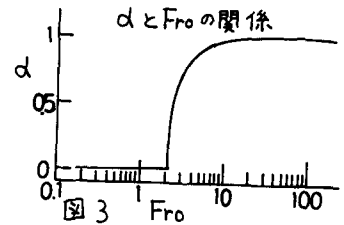


図3

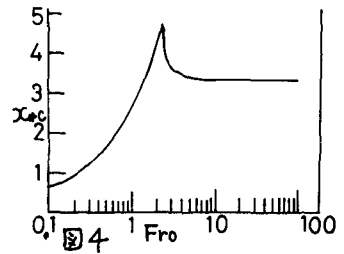


図4

ξ と U_c の関係

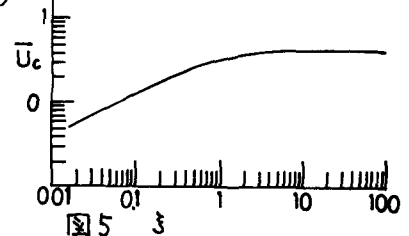


図5

B_c と ξ の関係

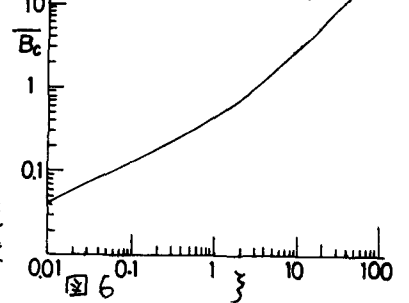


図6

Δ と ξ の関係

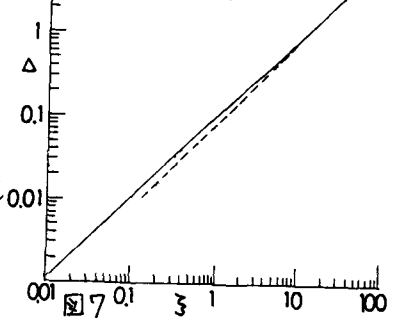


図7