

S.S.S. S

九州大学 工学部 正員 橋 東一郎

九州大学 工学部 正員 小松 利光

1. まえがき

海面上に放出された温排水の拡がりや河口における河川水の拡散問題については横分モデルによる理論的研究が活発に行われ、多くの知見が得られている。前報で著者は水平方向の進行係数 $E = \text{const}$ の仮定のもとに横分モーメント法の概念を用いて解析を行ない、拡散幅や表面渦力、表面流速などの噴流特性量を flow force M_0 、渦力 flux N_0 で無次元化した一般的な表示式を得たが、今回、新たに E を規定する式として y に関する運動方程式の一次モーメント式を用いて解析を行ない、実験結果をより良く説明し得る理論解を得るに報告する。

2. 理論的解析

x 方向、 y 方向の運動方程式および拡散方程式は単位質量あたりの平均渦力を $B \equiv g(p_a - p)/\rho_a$ として次のようである。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial VU}{\partial y} + \frac{\partial WU}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} B dz + \frac{\partial}{\partial y} (K_H \frac{\partial U}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_V \frac{\partial U}{\partial z}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} + \frac{\partial WV}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^{\infty} B dz + \frac{\partial}{\partial x} (K_H \frac{\partial U}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_V \frac{\partial V}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{w'u'}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial UB}{\partial x} + \frac{\partial VB}{\partial y} + \frac{\partial WB}{\partial z} = -\frac{\partial \overline{wb}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{wb}}{\partial z} \quad (3)$$

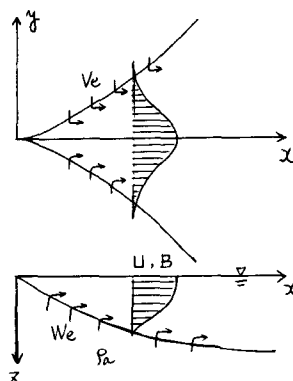


図-1

$$U = U_c f_1(\eta) \cdot f_2(\zeta), \quad B = B_c m_1(\eta) m_2(\zeta), \quad \eta = y/\delta, \quad \zeta = z/h \quad (4)$$

噴流表面拡散幅 δ 、噴流水深 h はそれぞれ B が噴流中心軸上表面渦力 B_c の $1/2$ となる点までの中心軸からの距離で定義する。また、 y 方向の水平進行速度を V_e とすると y 方向の水平進行係数 E を用いて次のように表わされる。

$$V_e = E U_c f_2(\zeta) \quad (5)$$

連続の式を $y=0 \sim y$, $z=0 \sim z$ の範囲で積分すると若干の計算の後、 $V = V_s f_3(\zeta)$ (V_s は y 方向の表面流速) として

$$V = \left\{ \frac{I_2}{I_1} U_c \frac{d\delta}{dx} \eta f_1 - \frac{I_2}{I_1} E U_c F(\eta) f_2(\zeta) \right\} \quad (6) \quad \text{ここに } I_1 = \int_0^1 f_1 d\eta, I_2 = \int_0^1 f_2 d\zeta, I_3 = \int_0^1 f_3 d\zeta, F(\eta) = \int_0^\eta f_1 d\eta$$

と表わされる。決定すべき未知数は U_c, δ, h, E, B_c の5個であり、式(1)、(3)を $z=0 \sim \infty, y=0 \sim \infty$ で積分して得られる式、および(1) $\times U$, (2) $\times V$, さらに E を規定する式として(1) $\times y$ を同様に $z=0 \sim \infty, y=0 \sim \infty$ で積分して求めた横分モーメント式が基礎式となる。水平鉛直方向の渦動粘性係数および $\overline{w'u'} = \overline{w'u'}$ は前報と同様におく。また flow force M_0 、渦力 flux N_0 が保存される流れてあるから、噴流特性量を M_0, N_0 で無次元化する。

$$H = \frac{N_0^{3/2} h}{M_0^{3/4}}, \quad \Delta = \frac{N_0^{3/2} \delta}{M_0^{3/4}}, \quad \zeta = \frac{N_0^{3/2} x}{M_0^{3/4}}, \quad \overline{B} = \frac{N_0^{3/2}}{M_0^{3/4} B_c} \quad (7)$$

3次元密度噴流における渦力効果の程度を表わす overall Richardson 数として $R_i = N_0 / (2\delta U_c^2)$ を導入すると(1)、(3)の積分は(7)を用いてそれぞれ次のように表わされる。

$$\Delta^3 H = \frac{r_i R_i^{3/2}}{1 + r_i R_i} \quad (8) \quad \overline{B} = r_0 \frac{\Delta^{1/2} R_i^{1/2}}{1 + r_i R_i} \quad (9)$$

同様に式(1) $\times U$, 式(2) $\times V$, 式(1) $\times y$ の積分式(6), (7)を用いて次のようになる。

$$\frac{d}{d\zeta} \left[\frac{H}{R_i} \right] = -r_2 \frac{dH}{d\zeta} + r_3 R_i H \Delta \frac{d}{d\zeta} \left[\frac{1}{R_i \Delta} \right] - r_4 \frac{H}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\zeta} - r_5 x_1 \psi_1(R_i) \frac{1}{R_i \Delta} - r_6 K_2 \psi_2(R_i) \frac{1}{R_i} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& r_9 \frac{d}{d\zeta} \left[\frac{H}{Ri} \left(\frac{d\Delta}{d\zeta} \right)^2 \right] - r_{10} \frac{d}{d\zeta} \left[E \frac{H}{Ri} \left(\frac{d\Delta}{d\zeta} \right) \right] + r_{11} \frac{d}{d\zeta} \left[E^2 \frac{H}{Ri} \right] - E^3 \frac{H}{Ri \Delta} \dots (10) \\
& = r_{10} \frac{H}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\zeta} - r_{11} E \frac{H}{\Delta} + r_{12} K_1 \frac{d}{d\zeta} \left[\frac{\Psi_2(Ri)}{Ri} \left(\frac{d\Delta}{d\zeta} \right) \right] - r_{13} K_1 \frac{d}{d\zeta} \left[\frac{\Psi_3(Ri)}{Ri} E \frac{H}{Ri} \right] \\
& - r_{12} K_1 \Psi_2(Ri) \frac{\Delta^{\frac{1}{2}} H}{Ri^{\frac{1}{2}}} \frac{d}{d\zeta} \left[\frac{1}{Ri^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{d\Delta}{d\zeta} \right) \right] + r_{12} K_1 \Psi_4(Ri) \frac{H}{Ri \Delta} \left(\frac{d\Delta}{d\zeta} \right)^2 \\
& + r_{14} K_1 \Psi_2(Ri) \frac{1}{Ri} \frac{d\Delta}{d\zeta} \frac{dH}{d\zeta} + r_{13} K_1 \Psi_3(Ri) \frac{\Delta^{\frac{1}{2}} H}{Ri^{\frac{1}{2}}} \frac{d}{d\zeta} \left[\frac{E}{Ri^{\frac{1}{2}}} \right] - r_{13} K_1 \Psi_2(Ri) \frac{E}{Ri} \frac{H}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\zeta} \\
& - r_{15} K_1 \Psi_6(Ri) \frac{E}{Ri} \frac{dH}{d\zeta} + r_{16} K_3 \Psi_5(Ri) \frac{H}{Ri \Delta} \frac{d\Delta}{d\zeta} - r_{17} K_3 \Psi_6(Ri) \frac{E}{Ri} \frac{H}{\Delta} \\
& - r_{18} K_2 \Psi_7(Ri) \frac{1}{Ri} \left(\frac{d\Delta}{d\zeta} \right)^2 + r_{19} K_2 \Psi_8(Ri) \frac{E}{Ri} \frac{d\Delta}{d\zeta} - r_{20} K_2 \Psi_9(Ri) \frac{E^2}{Ri} \dots (11) \\
& \frac{1}{r_{22}} \left\{ \frac{\Delta}{H} + r_{23} Ri \frac{\Delta}{H} \right\} \frac{dH}{d\zeta} + \frac{1}{r_{22}} \left\{ \frac{4}{3} - r_{21} + \frac{4}{3} r_{23} Ri \right\} \frac{d\Delta}{d\zeta} \\
& + \frac{1}{r_{22}} \left\{ -\frac{2}{3} \frac{\Delta}{Ri} + \frac{1}{3} r_{23} \Delta \right\} \frac{dRi}{d\zeta} + E H = -\frac{r_{24}}{r_{22}} K_{1/3}(Ri) \dots (12)
\end{aligned}$$

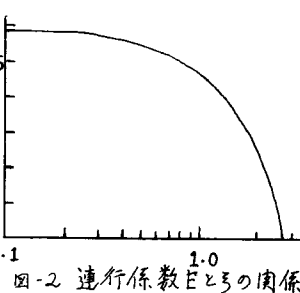


図-2 連行係数Eとの関係

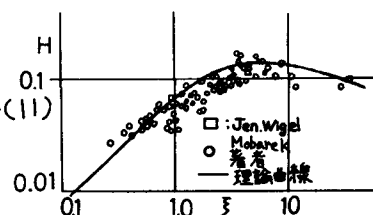


図-3 噴流水深Hとの関係

ここで $r_1 \sim r_{24}$ は $f_1 = e^{-0.937\eta^2}$, $f_2 = f_3 = e^{-0.937\eta^2}$, $m_1 = e^{-0.693\eta^2}$, $m_2 = e^{-0.693\eta^2}$ のように流速・浮力分布とともにGAUSS分布で仮定することにより計算できる定数である。 $\Psi_1(Ri)$, $\Psi_2(Ri)$, Ψ_3 , Ψ_4 は浮力効果による乱流構造の変化を表す関数で二次元表面密度噴流の解析結果を用いる。上の(8)～(12)の諸式で $Ri \rightarrow 0$ の極限が均一流体による三次元表面噴流の流れを規定する基礎式となり、その解は前報と同様

$H = a_1 \zeta$, $\Delta = a_2 \zeta$, $Ri = a_3 \zeta^2$, $\bar{B} = a_4 \zeta$, $E = a_5$ (13) で与えられる。係数 $a_1 \sim a_5$ は上式を式(8)～(12)に代入した式から計算される。

3. 数値計算と実験結果との比較

仮定原点 $x=0$ に三次元表面密度噴流のpoint sourceが存在するとして境界条件 $\zeta=0$ で $H=\Delta=Ri=0$, $E=0.058$, $d\Delta/d\zeta = a_2$ のもとに式(8)～(12)の連立常微分方程式をRunge-kutta-Grill法で数値計算する。 $\bar{B}$, H , Δ , E の計算結果を図-2～5に示す。これらの理論曲線は $\zeta=0$ において均一流体表面噴流の式(13)に接し ζ が増すとともに浮力の影響が顕著にあらわれてくる。すなわち、噴流水深は浮力の影響で押し上げられてそれ程大きくはなり得ず、代わりに横方向に大きく広がる。また水平方向の連行係数は浮力の影響を受けて減少し、 $\zeta = 2.72$ で零となるため、それ以降の計算では $E=0$ として計算を行っている。

Jen・Wiegel・Mobarek, Tamai・Wiegel・Tornbergおよび著者の実験結果も併せて記しているが、いずれも良く一致する。図-2～5を用いることにより容易に噴流特性量を評価することができ、実用性意義も大きいものと思われる。最後に本研究遂行にあたり助力を願った菅原純・後藤 俊一両君に深甚なる謝意を表します。

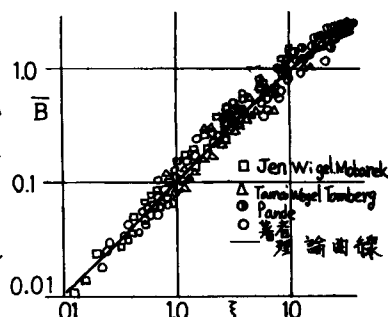


図-4 表面浮力 $\bar{B}$ との関係

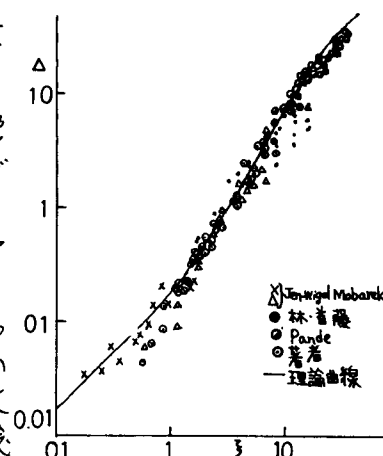


図-5 噴流幅 Δ との関係