203－10

材料の降伏点が構造物の強度に与える影響

S55.2

九州工業大学　学生員　○安部富久
〃　　　正会員　山本　宏

1はじめに

土木構造物の設計において，種々の不確定要因によるばらつきを考慮するため，確率論的取り扱いをして、構造物の安全性を保証しようとする信頼性設計法が荷重係数設計法の形で提案され，その中で構造物に作用する荷重のばらつきを考えた荷重係数について発表されている。

しかし，現在の構造物は異種の材料や，同一の材料でもその材料強度の相違するものから成り立っているという点に着目した研究は少ない。

そこで，本研究はこの点に着目して，２つ以上の鋼種より成り立つ鋼構造の強度のばらつきに，材料の弾性係数および降伏点応力度のばらつきが，どの程度，影響を与えるかをシュミレーションによって検討した。

2解析方法について

材料の弾性係数および降伏点応力度は正規分布，又は対数正規分布に従うものとし，それらは統計的に独立とし，また異鋼種間でも統計的に互いに独立とする。

まず最初に，弾性係数と降伏点応力度の平均値および標準偏差を既存のデータより取り出し，モンテカルロ法によって弾性係数と降伏点応力度を決定する。次に，弾塑性解析法の一つである塑性ヒンジ理論を使って構造物の強度を評価する。これで1回目のシミュレーションが終了し，さらにシミュレーションをN回行なって，構造物の強度が(a)最初に，降伏点へ致達したとき，(b)最大塑性強度へ致達したときの２通りのときの統計的データを求める。

3微小変形での塑性ヒズミ理論に基づく弾塑性解析法

微小変形を示す骨組構造において，部材の接合点および集中荷重の作用点は，外力が大きくなると，降伏断面になる可能性がある。ここではこのような可能な降伏断面間を単位部材とし，その部材端をi，jとする。部材が弾性の場合，部材端に作用する力$\{R\}$と変位$\{u\}$との関係は剛性マトリックス$[K]$を用いて増分形で示すと，次のようになる。

$$\begin{Bmatrix}\delta R_i\\ \delta R_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{ii} & K_{ij}\\ K_{ji} & K_{jj}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}$$

降伏が生じた弾塑性部材において，部材端の変形増分$\{\delta u\}$は弾性変形増分$\{\delta u^e\}$と塑性変形増分$\{\delta u^p\}$との和として，次のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\delta u_i^e\\ \delta u_j^e\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\delta u_i^p\\ \delta u_j^p\end{Bmatrix}$$

降伏関数をHとすると，塑性ひずみ増分理論による塑性増分は定数$[\lambda]$を用いて次のようになる。

$$\begin{Bmatrix}\delta u_i^p\\ \delta u_j^p\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda_i & 0\\ 0 & \lambda_j\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\phi_i\\ \phi_j\end{Bmatrix},\quad \phi_i=\left(\frac{\partial H}{\partial R}\right)_i,\quad \phi_j=\left(\frac{\partial H}{\partial R}\right)_j$$

また，弾性部分には式(1)が適用されるで，変位増分に対応する力の増分は，

$$\begin{Bmatrix}\delta R_i\\ \delta R_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{ii} & K_{ij}\\ K_{ji} & K_{jj}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta u_i^e\\ \delta u_j^e\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{ii} & K_{ij}\\ K_{ji} & K_{jj}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta u_i-\lambda_i\phi_i\\ \delta u_j-\lambda_j\phi_j\end{Bmatrix}$$

次に，降伏断面において内力比が変化する場合に，それぞれがつねに降伏条件を満足するように変化しなけれ

ばならない。

$$0=\begin{Bmatrix}\delta H_i\\ \delta H_j\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\phi_i^T\delta R_i\\ \phi_j^T\delta R_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\phi_i^T & 0\\ 0 & \phi_j^T\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta R_i\\ \delta R_j\end{Bmatrix}$$

ここで，ϕ_i^T，ϕ_j^Tはそれぞれϕ_i，ϕ_j の転置マトリックスを示す。

式(4)，(5)から[λ]および[δu]の関係式を得て，[λ]を消去すると，次のようになる。

(a)部材端 i が塑性，部材端 j が弾性の場合

$$\lambda_i=\phi_i^T\frac{[K_{ii}\ \ K_{ij}]}{\phi_i^T K_{ii}\phi_i}\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix},\ \lambda_j=0$$

$$\begin{Bmatrix}\delta R_i\\ \delta R_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{ii}-\dfrac{K_{ii}\phi_i\phi_i^T K_{ii}}{\phi_i^T K_{ii}\phi_i} & K_{ij}-\dfrac{K_{ii}\phi_i\phi_i^T K_{ij}}{\phi_i^T K_{ii}\phi_i}\\ K_{ji}-\dfrac{K_{ji}\phi_i\phi_i^T K_{ii}}{\phi_i^T K_{ii}\phi_i} & K_{jj}-\dfrac{K_{ji}\phi_i\phi_i^T K_{ij}}{\phi_i^T K_{ii}\phi_i}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}$$

(b)部材端 i が弾性，部材端 j が塑性の場合

$$\lambda_i=0,\ \lambda_j=\phi_i^T\frac{[K_{ii}\ \ K_{ij}]}{\phi_j^T K_{jj}\phi_j}\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\delta R_i\\ \delta R_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{ii}-\dfrac{K_{ij}\phi_j\phi_j^T K_{ji}}{\phi_j^T K_{jj}\phi_j} & K_{ij}-\dfrac{K_{ij}\phi_j\phi_j^T K_{jj}}{\phi_j^T K_{jj}\phi_j}\\ K_{ji}-\dfrac{K_{jj}\phi_j\phi_j^T K_{ji}}{\phi_j^T K_{jj}\phi_j} & K_{jj}-\dfrac{K_{jj}\phi_j\phi_j^T K_{jj}}{\phi_j^T K_{jj}\phi_j}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}$$

(c)部材端 i，j とも塑性の場合

$$\lambda_i=\left[\left(\phi_i^T[K_{ii}\ \ K_{ij}]\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}\right)\phi_j^T K_{jj}\phi_j-\left(\phi_j^T[K_{ji}\ \ K_{jj}]\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}\right)\phi_i^T K_{ij}\phi_j\right]\Big/C$$

$$\lambda_j=\left[\left(\phi_j^T[K_{ji}\ \ K_{jj}]\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}\right)\phi_i^T K_{ii}\phi_i-\left(\phi_i^T[K_{ii}\ \ K_{jj}]\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}\right)\phi_j^T K_{ji}\phi_i\right]\Big/C$$

$$\begin{Bmatrix}\delta R_i\\ \delta R_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{ii}^p & K_{ij}^p\\ K_{ji}^p & K_{jj}^p\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta u_i\\ \delta u_j\end{Bmatrix}$$

$$K_{ii}^p=K_{ii}-\{K_{ii}\phi_i(\phi_j^T K_{jj}\phi_j\phi_i^T K_{ii}-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_j^T K_{ji})$$
$$+K_{ij}\phi_j(-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_i^T K_{ii}+\phi_i^T K_{ii}\phi_i\phi_j^T K_{ji})\}/C$$

$$K_{ij}^p=K_{ij}-\{K_{ii}\phi_i(\phi_j^T K_{jj}\phi_j\phi_i^T K_{ij}-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_j^T K_{jj})$$
$$+K_{ij}\phi_j(-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_i^T K_{ij}+\phi_i^T K_{ii}\phi_i\phi_j^T K_{jj})\}/C$$

$$K_{ji}^p=K_{ji}-\{K_{ji}\phi_i(\phi_j^T K_{jj}\phi_j\phi_i^T K_{ii}-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_j^T K_{ji})$$
$$+K_{jj}\phi_j(-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_i^T K_{ii}+\phi_i^T K_{ii}\phi_i\phi_j^T K_{ji})\}/C$$

$$K_{jj}^p=K_{jj}-\{K_{ji}\phi_i(\phi_j^T K_{jj}\phi_j\phi_i^T K_{ij}-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_j^T K_{jj})$$
$$+K_{jj}\phi_j(-\phi_i^T K_{ij}\phi_j\phi_i^T K_{ij}+\phi_i^T K_{ii}\phi_i\phi_j^T K_{jj})\}/C$$

$$C=(\phi_i^T K_{ii}\phi_i)(\phi_j^T K_{jj}\phi_j^T)-(\phi_i^T K_{ij}\phi_{jj})^2$$

以上の(a)，(b)，(c)と式(1)の剛性マトリックスを用いて，構造解析を行なう。また，降伏関数Hは，任意断面形および組み合せ荷重が決まれば，求めることができる。

なお，数値結果および考察については当日発表する。

参考文献

成岡その他，骨組構造解析，日本鋼構造協会編，培風館