

熊本大学 正員 崎元達郎

" " 山尾敏寿

" 学生員。菊池良介

1) 述べがき; 鋼構造物とその部材の終局強度を明らかにするため, 幾可学的・材料学的非線形性を考慮した理論解析が盛んに行われており, 著者らも解析法を開発して開断面を有する三次元骨組構造物の耐荷力解析を行ない, その弾塑性挙動や耐荷力特性を明らかにしてきた¹⁾。しかしながら, これらの解析方法は, ねじりにより生ずる断面のそりの影響は考慮していないので, そりの影響が大きい開断面部材には適用できない。さらに問題となるのは, 軸力, 曲げ, ねじりの組合せ応力を受けた弾塑性部材の剛度, 特に St Venant のねじり剛度, そりねじり剛度もいかに評価算定するかである。本論文では, 薄肉弾性ばり理論を基礎にして, 幾可学的・材料学的非線形解析に可能な特線剛性マトリックスを 初期応力法に基づいて誘導した。ここでは, その誘導方法の概略と若干の数値計算例を示す。

2) 解析上の仮定; i) 骨組は理想的な硬化型弾塑性材料でできた薄肉開断面部材で構成されている。ii) 断面の一部塑性化した後も, 曲げひずみは平面保持する。iii) 板厚は断面寸法に比べて十分小さく, 断面のそりは板厚中心のそりで表わされる。iv) 曲げによるせん断応力の影響は無視する。v) 板厚中心面に垂直で, 部材軸線に平行な面内でのせん断ひずみは無視する。vi) von Mises の降伏条件が成立し, 塑性領域では, Prandtl-Reuss の応力-ひずみ式が成立する。vii) 断面の一部が塑性化した後も, St Venant のねじりによるせん断応力が存在する。viii) 変位は大きくても, ひずみは微小である。なお以下の諸式では, 記号の上に一を付したものは, 全変位, 全ひずみなどを表し, 一を付さない通常の記号は, それらの増分量を表す。

3) 特線剛性マトリックス; オイ段階までに変形した構造部材上に, 右手系の局所座標 (x, y, z) を, 次の荷重増分の後, 変形した構造部材の上に (ω, η, ζ) を, 断面の図心 O を原点として, 図-1 のように定める。ここでは, 断面の塑性化後の図心やせん断中心の移動は追跡せずに, 物体に固定した任意の基準軸の増分変位のみで定式化を行ったので, 断面諸量をあらわすのに便利な図心軸を基準軸とした。断面内の任意点の軸ひずみ増分は, 部材軸の変位 u, v, w およびねじり角増分 ϕ により次式で表わされる。

$$\varepsilon = u' + \{(\dot{v})^2 + (\dot{w})^2\} - (\eta - \zeta \phi) \dot{v} - (\zeta + \eta \phi) \dot{w} + \frac{1}{2}(\eta^2 + \zeta^2)(\phi')^2 - \omega \phi'' \quad (1)$$

ここに, ω は重心に関するそり関数である。i 状態での節点荷重を $\bar{P}$, i+1 状態での節点荷重を $\bar{P} + P$, その間の節点変位増分を U とすると, 外力ポテンシャルの増分 V は次式で表わされる。

$$V = -\{(\bar{U} + U)^T \cdot (\bar{P} + P) - \bar{U}^T \bar{P}\} = -U^T (\bar{P} + P) - \bar{U}^T \bar{P} \quad (2)$$

i 状態での任意点の応力を (σ, τ) , 断面力の増分と変形の増分をそれぞれ

$$f = [N \quad M_x \quad M_y \quad M_z \quad T_x]^T, \quad d = [\varepsilon \quad -k_\zeta \quad k_\eta \quad k_w \quad \phi]^T$$

とし, 荷重増分中の線形性を仮定すると, 内力のなる仕事の増分 U は, 部材長を L として次式で表わされる。

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L d^T f \, dx + \int_0^L \left(\int_A \sigma \varepsilon \, dA \right) dx + \int_0^L \left(\int_A \tau \phi \, dA \right) dx \quad (3)$$

一方, 図-2(a) に示すように, St Venant のせん断応力は板厚方向に直線変化していて, その合せん断力は板厚中心線から $2/3$ の所に作用している。このことより, 図-2(b) に示すように, 板の外側より $2/3$ の位置で断面を一周する閉曲線 S 上を, $2/3$ を仮想板厚と考えた一定せん断流 $q = \frac{2}{3} \tau$ が, 弾性, 塑性の区別なく存在すると仮定し, そ

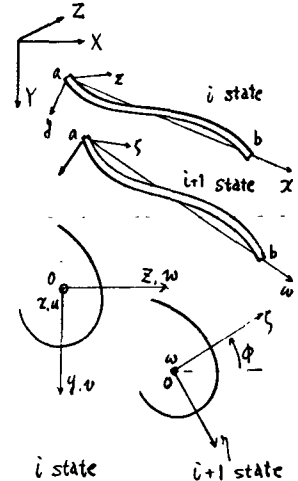


図-1 座標系

り変位の連続条件を使うと、断面力増分 f と変形増分 d の関係は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \\ & S_6 & S_7 & S_8 & S_9 \\ & & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{ym} & & & S_{13} & S_{14} \\ & & & & S_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa_y \\ \kappa_z \\ \kappa_w \\ \psi \end{bmatrix}$$

ここに

弾性域 $D_1 = D_2 = D_3 = 0$
 塑性域 $D_1 = (E/\sigma_y)\bar{\sigma}^2/B$, $D_2 = \bar{\sigma}/B$
 $D_3 = \bar{\sigma}^2/B$, $B = (E/\sigma_y)\bar{\sigma}^2 + \beta\bar{\sigma}^2$
 必ず硬化域 D_1, D_2, D_3 は塑性域と同じ
 $B = (E/\sigma_y)\bar{\sigma}^2 + \beta\bar{\sigma}^2$
 $H = E\varepsilon_y / (E - E_{st})$, $\bar{\sigma} = \sqrt{\bar{\sigma}^2 + \beta\bar{\sigma}^2}$

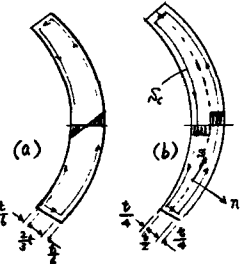


図-2 St. Venant のせん断流

または、 $f = S \cdot d$ (4)

$$\begin{aligned} S_1 &= E \int (1 - D_1) dA, S_2 = E \int (\eta - D_1) dA, S_3 = E \int \xi (1 - D_1) dA, S_4 = E \int \omega (1 - D_1) dA, S_5 = 2E \int n D_2 dA, S_6 = E \int \eta^2 (1 - D_1) dA \\ S_7 &= E \int \eta \xi (1 - D_1) dA, S_8 = E \int \eta \omega (1 - D_1) dA, S_9 = 2E \int \eta \xi D_2 dA, S_{10} = E \int \xi^2 (1 - D_1) dA, S_{11} = E \int \xi \omega (1 - D_1) dA, S_{12} = E \int \eta \xi D_2 dA \\ S_{13} &= E \int \omega^2 (1 - D_1) dA, S_{14} = 2E \int n \omega D_2 dA, S_{15} = 4E \int n^2 (1 - D_3) dA \end{aligned}$$

式(3)に式(1)および(4)を代入すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^L d^T S d dx + \frac{1}{2} \int_0^L \bar{N} \{ u' + \frac{1}{2} (v')^2 + \frac{1}{2} (w')^2 \} dx + \int_0^L \bar{M}_y (v'' + \phi w') dx - \int_0^L \bar{M}_z (w'' - \phi v') dx \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^L \bar{K} (\phi')^2 dx - \int_0^L \bar{M}_w \phi'' dx + \int_0^L \bar{T}_s \phi' dx \quad \text{ここに } \bar{N} = \int_A \bar{\sigma} dA, \bar{M}_y = - \int_A \bar{\sigma} \eta dA \\ &\quad \bar{M}_z = \int_A \bar{\sigma} \xi dA, \bar{K} = \int_A \bar{\sigma} (\eta^2 + \xi^2) dA, \bar{M}_w = \int_A \bar{\sigma} \omega dA, \bar{T}_s = 2 \int_A n \bar{\sigma} dA \end{aligned} \quad (5)$$

次に、 x 軸方向の任意点の変位増分を、 u については x の一次式、 v, w, ϕ については x の三次式で近似する。さらに、断面力の x 方向の分布については、 $\bar{N}, \bar{K}, \bar{T}_s$ は x 軸方向に一定、 $\bar{M}_y, \bar{M}_z, \bar{M}_w$ は x の一次式で近似する。最終的に系ポテンシャルエネルギー増分 $\Pi = U + V$ は、節点変位増分 U で表示され、 U による変分をとると、節点外力増分と節点変位増分を関係づける次式が得られる。

$$(k_e + k_p + k_g) \cdot U = P - (\bar{f} - \bar{p})$$

ここに

$$\begin{aligned} U &= \{ u_a \ v_a \ w_a \ \phi_a \ -u'_a \ v'_a \ w'_a \ -u''_a \ v''_a \ w''_a \ -u'''_a \ v'''_a \ w'''_a \}^T \\ P &= \{ P_{2a} \ P_{3a} \ P_{4a} \ M_{2a} \ M_{3a} \ M_{4a} \ B_a \ P_{2b} \ P_{3b} \ P_{4b} \ M_{2b} \ M_{3b} \ M_{4b} \ B_b \}^T \\ \bar{P} &= \{ \bar{P}_{2a} \ \bar{P}_{3a} \ \bar{P}_{4a} \ \bar{M}_{2a} \ \bar{M}_{3a} \ \bar{M}_{4a} \ \bar{B}_a \ \bar{P}_{2b} \ \bar{P}_{3b} \ \bar{P}_{4b} \ \bar{M}_{2b} \ \bar{M}_{3b} \ \bar{M}_{4b} \ \bar{B}_b \}^T \\ \bar{f} &= \left\{ -\frac{\bar{N}_a + \bar{N}_b}{2} \quad -\frac{\bar{M}_{2a} + \bar{M}_{2b}}{L} \quad -\frac{\bar{M}_{3a} + \bar{M}_{3b}}{L} \quad -\frac{\bar{M}_{4a} + \bar{M}_{4b}}{L} \quad -\bar{T}_s \quad -\bar{M}_{2a} \quad -\bar{M}_{3a} \quad -\bar{M}_{4a} \right. \\ &\quad \left. -\frac{\bar{N}_b + \bar{N}_a}{2} \quad -\frac{\bar{M}_{2b} + \bar{M}_{2a}}{L} \quad -\frac{\bar{M}_{3b} + \bar{M}_{3a}}{L} \quad -\frac{\bar{M}_{4b} + \bar{M}_{4a}}{L} \quad +\bar{T}_s \quad -\bar{M}_{2b} \quad -\bar{M}_{3b} \quad -\bar{M}_{4b} \right\}^T \end{aligned}$$

但し、部材の弾性部分による剛性マトリクス、 k_p は部材の塑性化により生ずる剛性マトリクス、 k_g は状態 ε の応力マトリクスで幾何学的非線形性を表わす。 $(\bar{f} - \bar{p})$ は不釣り合い力である。

4) 数値計算例：解析法は、ほぼ文献1)と同様な手法で行った。解析例としてまず、H形断面のはり加弯モーメントを受けて座屈を生じる場合について計算した。たわみ角、面外たわみの分布を図-3(a), (b)に示す。部材分割数は10、断面分割数は26である。その他の数値計算例については講演当日発表する予定である。

参考文献

- 1) Komatsu & Sakimoto "Non-linear Analysis of Spatial Frames" Proc JSCE, No. 252, Aug. 1976
- 2) 小松定夫 "薄肉構造物の理論と計算" (I), 山海堂, 1969
- 3) Murray & Rajasekaran "Technique for Formulating Beam Equations" Jour. of EM, Proc. of ASCE, Vol. 101, Oct., 1975
- 4) Galambos, T.V. (福本, 西野共訳) 鋼構造部材と骨組。丸善, 1970

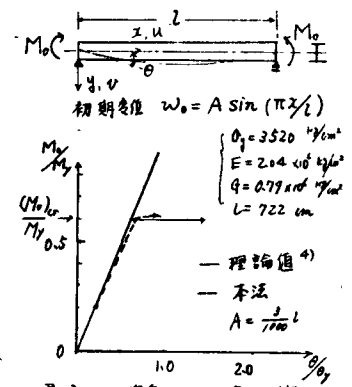


図-3(a) 荷重-たわみ角関係

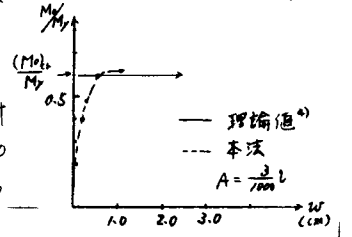


図-3(b) 荷重-面外変位関係