

九州大学工学部 正員 小坪満真  
九州工業大学 正員 高田照彦  
九州工業大学 学生員 梶野憲一

1 まえがき

杭基礎がその頭部にモーメント荷重を受けると頂板の回転が生じて、頂板に固定されている各杭の杭頭には軸方向荷重とモーメント荷重が同時に作用することになり、各杭は図-1に示すように変形する。本論では、杭基礎が上述のようなロッキングを生じるとき、その群杭効果を求める解析理論を導き、数値計算を行なう。

2 解析理論

2.1 解析上の仮定 杭基礎のロッキングに対する群杭効果を厳密に求めることは非常に困難であるから、本論ではこれを (i) 杭がモーメント荷重を受けて変形するときは地盤の鉛直変形を無視し、(ii) 軸方向荷重を受けるときには地盤の水平変位を無視した場合についてそれぞれ解析を行ない、両者の結果を重ね合わせることで群杭効果を求めたものである。

2.2 群杭効果 杭基礎の頂板を日だけ回転させるに必要なモーメント荷重を、(i) 各杭が地盤を介して相互作用を行おうと考える場合に  $M$ 、(ii) 相互作用を無視した場合に  $M_0$  とすれば、

$$P_N = M/M_0 = \frac{\sum_i (P_i L_i + M_i)}{\sum_i (P_i L_i + M_{0i})} \quad \text{----- (1)}$$

$P_i, M_{0i}$ : 単杭 (i 杭) の杭頭に回転角  $\theta_i$ 、鉛直方向変位  $\delta_i$  を生じさせるのに必要な杭頭の軸方向荷重及びモーメント荷重である。

$P_i, M_i$ : 杭基礎を構成する i 杭の杭頭に回転角  $\theta_i$ 、鉛直方向変位  $\delta_i$  を生じさせるに必要な杭頭の軸方向荷重及びモーメント荷重である。

ここで、 $L_i$  を頂板の回転中心から i 杭の中心軸までの距離とすれば、図-1に示すように  $\delta_i = \theta \cdot L_i$  の関係が成立せねばならない。

2.3 地盤の変形曲線 まず、著者の理論から水平方向に対しては未定係数を  $A_m^{ix}, B_m^{ix}$  等とすると、i 杭を基準にした場合の任意点 P の半径方向変位  $\xi_p$ 、円周方向変位  $\zeta_p$  は図-2を参考にして

$$\xi_p = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \{ U_m^{ix} \cos \theta_i + U_m^{iy} \sin \theta_i \} \sin \frac{m\pi}{2H} Z + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \{ U_n^{ix} \cos \theta_i + U_n^{iy} \sin \theta_i \} \cos (\theta_i - \theta_n) - \{ V_m^{ix} \sin \theta_i - V_m^{iy} \cos \theta_i \} \sin (\theta_i - \theta_i) \} \sin \frac{m\pi}{2H} Z$$

$$\zeta_p = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \{ V_m^{ix} \sin \theta_i - V_m^{iy} \cos \theta_i \} \sin \frac{m\pi}{2H} Z + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \{ U_n^{ix} \cos \theta_i + U_n^{iy} \sin \theta_i \} \sin (\theta_j - \theta_i) + \{ V_m^{ix} \sin \theta_i - V_m^{iy} \cos \theta_i \} \cos (\theta_i - \theta_i) \} \sin \frac{m\pi}{2H} Z$$

ここで、 $U_m^{ix} = (1/\eta_m) [A_m^{ix} \{ K_i (\eta_m \eta_r) + \eta_m \eta_r K_o (\eta_m \eta_r) \} + B_m^{ix} K_i (\eta_m \eta_r)]$

$V_m^{ix} = (1/\eta_m) [A_m^{ix} K_i (\eta_m \eta_r) + B_m^{ix} \{ K_i (\eta_m \eta_r) + 4 \eta_m \eta_r K_o (\eta_m \eta_r) \}]$

$\eta_m = \frac{m\pi a_i}{2H}$ ,  $\eta_r = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)} \cdot \eta_m$ ,  $\eta_n = \eta_r = r_i/a_n$ ,  $i, n = 1, 2 \dots N$ ,  $N$  は杭本数,  $a_i$  は i 杭半径  $\nu$  は上層地盤ポアソン比,  $H$  は上層地盤の深さ  $K_n(\cdot)$  は第 2 種  $n$  次の変形ベッセル関数である。

鉛直方向に対しては水平方向の場合と同様な考え方に従えば、地盤の鉛直変位  $w_i$  は

$$w_i = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \{ C_m K_o (\eta_m a_i) + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} C_n K_o (\eta_m r_n) \} \sin \frac{m\pi}{2H} Z$$

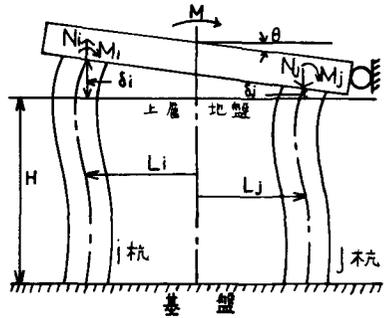


図-1

ここに、 $q_w = \sqrt{(\lambda + 2\mu)} \left( \frac{\partial s}{\partial z} \right)$ 、 $\lambda$  はラメの定数、 $C_m$  等は未定係数  
 2-4 杭に働く土圧 表層地盤内の水平方向の応力は次式となる。

$$\sigma_{Pr} = \lambda \left( \frac{\partial s_r}{\partial r_i} + \frac{s_r}{r_i} + \frac{\partial s}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial s_r}{\partial r_i}, \quad \tau_{Pr} = \mu \left( \frac{1}{r_i} \frac{\partial s_r}{\partial \theta_i} + \frac{\partial s_r}{\partial r_i} - \frac{s_r}{r_i} \right)$$

従、 $r$ 、 $z$  杭の単位長さごに働く  $x$ 、 $y$  方向土圧は

$$P_r^x(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_{Pr} \cos \theta_i - \tau_{Pr} \sin \theta_i] r_i = a_i d \theta_i$$

$$P_r^y(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_{Pr} \sin \theta_i + \tau_{Pr} \cos \theta_i] r_i = a_i d \theta_i$$

$z$  杭の単位長さごに働く鉛直方向土圧は

$$q_i(z) = \mu \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_{i+1}} \left[ \frac{\partial \omega_i}{\partial r_i} \right] r_i = a_i d \theta_i$$

2-5 杭の変形曲線  $z$  杭について水平方向および鉛直方向に対する変位を、 $\Phi_r^x(z)$ 、 $\Phi_r^y(z)$ 、 $\Phi_z(z)$  とすると、杭の弾性変形を支配する微分方程式はそれぞれ次式となる。

$$E_i I_i \frac{d^4 \{\Phi_r^x(z)\}}{dz^4} = P_r^x(z) \quad \dots (2) \quad E_i I_i \frac{d^4 \{\Phi_r^y(z)\}}{dz^4} = P_r^y(z) \quad \dots (3)$$

$$E_i A_i \frac{d^2 \{\Phi_z(z)\}}{dz^2} = q_i(z) \quad \dots (4)$$

ここで、 $E_i$ 、 $I_i$ 、 $A_i$  はそれぞれ  $z$  杭に対する、弾性係数、断面二次モーメント、断面積である。

次に式(2)、(3)、(4)の一般解はそれぞれ次式となる。

$$\Phi_r^x(z) = A_r^x z^3 + B_r^x z^2 + C_r^x z + D_r^x + \sum_{m=1,3,5}^{\infty} Y_{1m}^x \sin \frac{m\pi}{2H} z$$

$$\Phi_r^y(z) = A_r^y z^3 + B_r^y z^2 + C_r^y z + D_r^y + \sum_{m=1,3,5}^{\infty} Y_{1m}^y \sin \frac{m\pi}{2H} z$$

$$\Phi_z(z) = \bar{A}_z z + \bar{B}_z + \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \bar{Y}_{1m} \sin \frac{m\pi}{2H} z$$

ここで、 $A_r^x$ 、 $A_r^y$ 、 $\bar{A}_z$ 、 $Y_{1m}^x$ 、 $Y_{1m}^y$ 、 $\bar{Y}_{1m}$  等は境界条件により、定まる未定係数である。

さらに、杭頭モーメント、杭頭軸力はそれぞれ次式となる。

$$M_L = \{ 6A_r^x H + 2B_r^x - \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \left( \frac{m\pi}{2H} \right)^2 (-1)^m Y_{1m}^x \} E_i I_i$$

$$P_L = \bar{A}_z E_i A_i$$

### 3 計算結果及び考察

計算結果の一例を図-3、4に示した。図-3は8本杭長手方向について杭頭軸力による回転モーメントの総和に対する杭頭モーメントの総和の比、杭中心間距離と杭径との比  $l/d$  の関係を示したものである。図においての  $\alpha_0$  は  $(\pi d^4 \mu / 64 E_i I_i)$  であり、ポアソン比  $\nu = 0.25$ 、 $H/d = 10$  とした。図からわかるように杭頭モーメントの影響は  $l/d = 2$  のとき約10%程度であり、 $l/d$  が大きくなるに従って急速に小さくなる。図-4は式(2)から  $\alpha_0 = 0.01$ 、 $0.001$  の場合  $l/d$  に対して群杭効果  $E_{g0}$  の変化を表したものである。計算範囲内において、 $\alpha_0$  が大きくなると群杭効果  $E_{g0}$  は小さくなる。また、 $l/d$  が大きくなると  $E_{g0}$  は1に近づく。

(参考文献) (1) 小坪高面 不規則な杭配置をもつ杭径の異なる群杭に対する横方向群杭効果、土学芸編 203号 1962.7.7

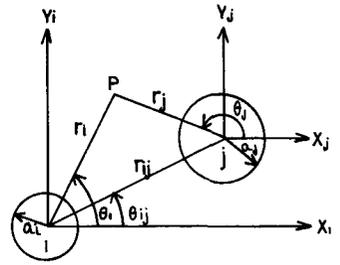


図 - 2

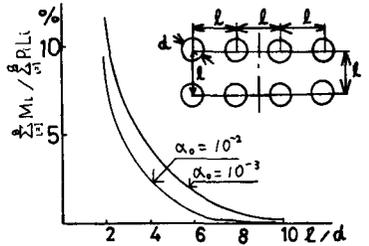


図 - 3

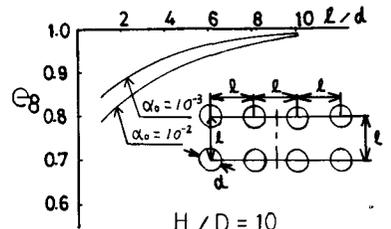


図 - 4