

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 大場義公

長崎大学工学部 学生員 坂井秀秀

1. 緒言 著者らはこれまではりおよび薄板の非線形振動のガラーキン法による解析の収束性および安定性について吟味するとともに、実験を行なうことによって現象の確認を行なってきた。はりの非線形振動の振幅によって生ずる非線形項である軸力の大きさは境界条件の種類にかかわらず一定であるが、端部の曲げに対する拘束度の大きさおよび固有振動数の近接度によって非線形振動挙動は異なることが予想される。そこで本研究ははりの非線形振動に及ぼす境界条件の影響を明らかにするために3種類のはりを対象に周期的変動荷重を受ける場合の応答を比較したものである。

2. 解法 端部で軸方向変位が拘束された細長いはりに一様分布の周期的変動荷重が作用した場合の運動方程式は次のように与えられる。

$$L(y) = EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + PA \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{EA}{2l} \int_0^l \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - P_0 \cos \Omega t = 0 \quad (1)$$

ここに、 E ：はりのヤング率、 I ：断面2次モーメント、 y ：たわみ、 x ：スパン方向の座標、 P ：単位体積質量、 A ：断面積、 l ：スパン長、 t ：時間、 P_0 ：荷重強度、 Ω ：荷重の円振動数

式(1)を解くために、たわみ y を次のように仮定する。

$$y = r \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) T_n(t) \quad (2)$$

ここに、 r ：回転半径、 $X_n(x)$ ：境界条件を満足する座標関数、 $T_n(t)$ ：未知の時間関数

式(2)の $X_n(x)$ としてはりの線形振動の規準関数を用いて、式(2)にガラーキン法を適用すれば次の式が得られる。

$$\ddot{T}_n + \alpha_n^2 T_n + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{kmln}^n T_k T_l T_m = \bar{r}_n \bar{P} \cos \bar{\omega} t \quad (3) \quad \text{ここに、} \alpha_n = (\lambda_n / \lambda_1)^2, K_n = \int_0^l X_n^2 dx, R_n = \int_0^l C_n X_n^2 dx / (2K_n \alpha_n) \quad \text{表-1}$$

$$\beta_{kmln}^n = -\frac{1}{2} \int_0^l \frac{dX_k}{dx} \frac{dX_l}{dx} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_n}{dx^2} dx / (\lambda_n^4 K_n), \quad T = \bar{\omega} t, \quad \bar{\omega} = \Omega / \omega_1, \quad \lambda_n = \sqrt{PA \omega_n^2 / EI}$$

式(3)の定常解を次のようにFourier級数に仮定する。

$$T_n = \sum_{i=1,3}^{\infty} a_i^i \cos i \bar{\omega} t \quad (4) \quad \text{ここに、} a_i^i \text{：未定定数}$$

式(4)を式(3)に代入して調和バランス法を適用すれば、未定定数 a_i^i を求めるための連立非線形代数方程式が得られる。振幅の定義としてはりの中央点の基本変の絶対値が最大値となる時刻の振動変位振幅を用いるものとすれば、次のとおりである。

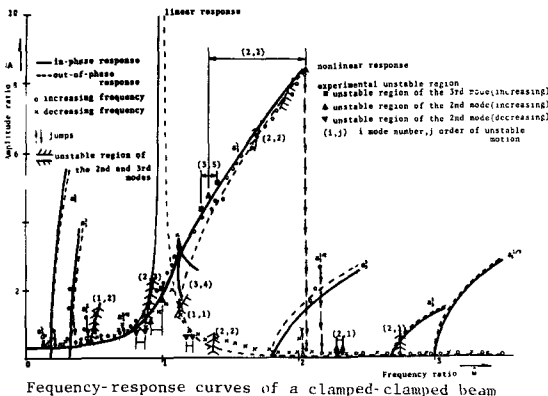
$$A = \left| \sum_{i=1}^{\infty} a_i^i \right| \quad (5)$$

3. 数値結果 一様分布の周期的変動荷重を受ける両端固定はり(CC)、一端

固定、他端ヒンジはり(CH)および両端にヒンジはり(HH)の3種類のはりを対象に非線形応答を明らかにする。なお、はりの自由度は3とし、微小振動の応答の基本変 a_1^1 の他に、3倍 a_3^3 および5倍 a_5^5 の高調波まで採用した。表-1に各自由度の調波成分が生ずる振動数比 $\bar{\omega}$ の一覧表が示されている。図1~4に3種類のはりの応答曲線がプロットされている。HHの場合には $\bar{\omega} = 1.0$ 付近の応答が非常に複雑となるために、現象の異なる2つの応答曲線に分割した。横軸が加振振動数を1次振動数で割った振動数比を、縦軸が応答振幅をそれぞれ示すものである。

Frequency ratios of various resonances
SHM simple harmonic motion, SPHM superharmonic motion,
BC boundary condition, CC clamped-clamped beam,
CH clamped-hinged beam, and HH hinged-hinged beam

		CC	CH	HH
1st mode	SHM aj	1.00	1.00	1.00
	3rd SPHMaj	0.33	0.33	0.33
	5th SPHMaj	0.20	0.20	0.20
2nd mode	SHM aj	5.40	1.80	3.00
	3rd SPHMaj	1.80	0.60	1.00
	5th SPHMaj	1.08	0.36	0.60
3rd mode	SHM aj	13.34	2.60	5.00
	3rd SPHMaj	4.45	0.87	1.67
	5th SPHMaj	2.67	0.52	1.00



Frequency-response curves of a clamped-clamped beam

図-1

