

長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏

長崎大学工学部 学生員 中山 孝

長崎大学工学部 学生員 福吉 真一

1. はじめに 橋梁上を走行する車両は、橋梁-車両系を一つの系と見なすと単一車両でも、種々の形式の車両が走行するので、力学的特性が不確定な系と考えられる。本研究では、車両の質量 W 、ばね定数 k を確率変数とし橋梁の二乗平均応答解析について述べるものである。確率変数を有する系の解析には、いろいろな研究があるが、一般に振動法と階層法が多く適用されている。しかし、振動法は確率変数の変動が小さい場合のみ有効であるから、この研究においては、確率微分方程式から誘導される共分散方程式に階層法を適用することにより、応答の共分散の時間的変化を支配する微分方程式を誘導して解析を行なった。

2. 橋梁-車両系の運動方程式と路面凹凸

一目自由度系でモデル化された車両が、一定速度 V で走行する際の橋梁と車両の運動方程式は次の様になる。車両直下の橋梁の変位を y 、さらに、不規則路面凹凸を $z(x)$ とすると、車両の方程式は、 $W\ddot{z} + C(\dot{z} - \dot{y}) + k(z - y) = 0$ (1) ここに、 W 、 C 、 k は、車両の質量、減衰係数、ばね定数である。橋梁の n 次の基準関数を $\phi_n(x)$ 、基準座標を $g_n(t)$ とすると、その代わりは

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) g_n(t) \quad (2)$$

$$\ddot{g}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{g}_n(t) + \omega_n^2 g_n(t) = \phi_n(Vt) P(t) / M_n^* \quad (3)$$

$$\text{ただし、}\zeta_n, \omega_n, P(t) \text{は、} n \text{ 次の減衰定数、} n \text{ 次の固有振動数、車両の全接地力であり、} M_n^* \text{は} n \text{ 次の換算質量で、次式で表わされる。} M_n^* = \int_0^L \phi_n^2(x) dx \quad (4)$$

本解法では、路面凹凸のパワースペクトル密度を次式でモデル化する。 $S_R(\omega) = S_0 / (\omega^2 + \beta^2)$ 、 $S_0 = VA(2\pi)^2$ 、 $\beta = 2\pi\alpha$ 、 $\alpha = 0.05$ (5) これは、次式で表わされる路面系の定常解過程のパワースペクトル密度である。

$$\dot{g}_1(t) + \beta g_1(t) = w(t) \quad (6) \quad w(t) \text{は分散が} S_0/2\pi \text{の白色雑音過程である。橋梁-車両-路面系を、状態空間} X(t) = \{g_1, \dot{g}_1, z, \dot{z}, r\}^T \quad (7)$$

で定義すると、系の運動方程式は、次式の伊藤形の確率微分方程式で表現できる。

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)W(t) \quad (8) \quad \text{ここに、} W(t) \text{は白色雑音過程ベクトルである。} "T" \text{は転置行列の記号である。}$$

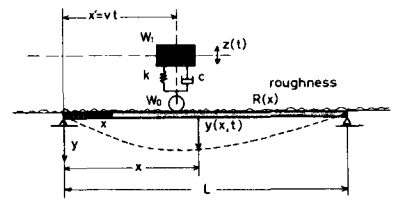


図-1 橋梁-車両系

3. 階層方程式の構成

$X(t)$ の共分散 $E\{[X(t) - E\{X(t)\}][X(t) - E\{X(t)\}]^T\}$ を $R_X(t)$ で表わすと、(8)式より導かれる共分散方程式は $\dot{R}_X(t) = A(t)R_X(t) + R_X(t)A(t) + Q(t)$ (9) となる。ただし、 $Q(t) = B(t)E[W(t)W(t)^T]B(t)^T$ である。共分散行列は対称行列であるので、(9)式はベクトル形式の微分方程式に変換される。

$$\dot{H}(t) = G(t)H(t) + F(t) \quad (10)$$

次に、車両のばね定数 k と質量 m を確率変数と考える。これらの量は、平均値と平均値回りの変動に分離されて、 $k = \mu_k(1 + v_k)$ 、 $m = \mu_m(1 + v_m)$ となる。 μ_k, μ_m ；平均値、 v_k, v_m ；変動係数

また、 $1/m = (1 + S_m)/\mu_m$ ただし、 $S_m = -v_m + v_m^2 - v_m^3 + v_m^4$ となる。これらを用いて、(10)式の係数行列を展開すると、 $G(t) = G_0(t) + S_m G_1(t) + v_k G_2(t) + S_m v_k G_3(t)$ (11)

この様な処理の後に、次のような階層方程式が得られる。誘導の詳細については、文献(1)を参照されし。

$$\begin{bmatrix} \dot{\langle H(t) \rangle} \\ \dot{\langle S_m H(t) \rangle} \\ \dot{\langle v_k H(t) \rangle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{00}(t) & A_{01}(t) & A_{02}(t) \\ A_{10}(t) & A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{20}(t) & A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle H(t) \rangle \\ \langle S_m H(t) \rangle \\ \langle v_k H(t) \rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \langle F(t) \rangle \\ \langle S_m F(t) \rangle \\ \langle v_k F(t) \rangle \end{bmatrix} \quad (12)$$

なお、 $\langle \rangle$ は、確率変数 m, k に関する平均値である。また、係数マトリックスは次の通りである。

$$\begin{aligned}
A_{100}(t) &= G_0(t) + (\langle S_m v_R \rangle - 2 \langle S_m \rangle \langle v_R \rangle) G_3(t) \\
A_{101}(t) &= G_1(t) + \langle v_R \rangle G_3(t) \\
A_{102}(t) &= G_2(t) + \langle S_m \rangle G_3(t) \\
A_{110}(t) &= G_1(t) (\langle S_m^2 \rangle - 2 \langle S_m \rangle^2) + G_2(t) (\langle S_m v_R \rangle - 2 \langle S_m \rangle \langle v_R \rangle) \\
&\quad + G_3(t) (\langle S_m^2 v_R \rangle - 2 \langle S_m v_R \rangle \langle S_m \rangle - \langle S_m^2 \rangle \langle v_R \rangle) \\
A_{111}(t) &= G_0(t) + 2 \langle S_m \rangle G_1(t) + \langle v_R \rangle G_2(t) + 2 \langle S_m v_R \rangle G_3(t) \\
A_{112}(t) &= G_2(t) \langle S_m \rangle + G_3(t) \langle S_m^2 \rangle \\
A_{20}(t) &= G_1(t) (\langle S_m v_R \rangle - 2 \langle S_m \rangle \langle v_R \rangle) + G_2(t) (\langle v_R^2 \rangle - 2 \langle v_R \rangle^2) \\
&\quad + G_3(t) (\langle S_m v_R^2 \rangle - 2 \langle S_m v_R \rangle \langle v_R \rangle - \langle v_R^2 \rangle \langle S_m \rangle) \\
A_{21}(t) &= G_1(t) \langle v_R \rangle + G_3(t) \langle v_R^2 \rangle \\
A_{22}(t) &= G_0(t) + G_1(t) \langle S_m \rangle + 2 G_2(t) \langle v_R \rangle + 2 G_3(t) \langle S_m v_R \rangle
\end{aligned}$$

この係数マトリックスに於ける各種の統計量は、 m 、 n の確率分布をガウス分布と仮定すると、質量とばね定数の変動係数 v_m, v_R と質量とばね定数の相関係数 r_{mR} によって、次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
\langle S_m \rangle &= v_m^2 + 3 v_m^4 & \langle v_R \rangle &= 0 & \langle S_m^2 \rangle &= v_m^2 (1 + 9 v_m^2) \\
\langle S_m v_R \rangle &= -v_m v_R r_{mR} (1 + 3 v_m^2) & \langle S_m^2 v_R \rangle &= -6 v_m^3 v_R r_{mR} \\
\langle S_m^3 \rangle &= 9 v_m^4 & \langle S_m v_R^2 \rangle &= (v_m v_R)^2 \cdot (1 + 2 r_{mR})
\end{aligned}$$

4. 数値計算と考察

数値解析モデルは、図-1に示した、単一車両が走行する単純桁橋である。表-1に橋梁の諸元を、表-2に路面凹凸特性と車両の諸元を示した。走行車両の車種を考慮するために、質量とばね定数を確率変数としている。本研究では、これらをガウス確率変数と仮定し、数値解析では、変動係数を0.1, 0.2, 0.3と変化させた。

図-2は、相関係数 $r_{mR}=0$ のとき、質量とばね定数の変動係数入を等しく図のように変化させた場合、変動係数の変化に対する最大r.m.s変位応答の影響を示したものである。車両の固有振動数と橋梁の固有振動数が接近するスパン40mの橋梁では、変動係数 $\lambda=0.3$ では、応答は20%程度低下する。また、スパン50mでは、10%程度増加する。図-3は、質量・ばね定数の変動係数を0、質量のみの変動を考慮、および質量・ばね定数の変動を考慮した、定常応答解析の結果である。定常応答解析では、車種による応答の変化は顕著には表われない。図-4は、条件を図-3と同じくして、非定常応答解析の最大r.m.s. 応答を示したものである。図-2で説明したように、車両と橋梁の固有振動数が接近する近傍では、変動係数が増加すると、応答は低下し、それ以外の範囲では、応答は増加する。

参考文献

- (1) 岡林：不確定パラメータを有する構造物系の非定常r.m.s. 応答解析，オ34回年次学術講演会

表-1 道路橋の諸元

スパン長 (m)	総重量 W_k (10^6 kg)	曲げ剛性 I (10^6 kg·cm)	固有振動数 f_k (Hz)
20	4.81	6.21	6.25
30	7.76	12.42	3.79
40	10.68	24.41	2.94
50	15.10	48.20	2.45
60	19.52	65.78	2.11
70	19.44	80.15	1.70

表-2 車両の諸元

車両平均重量	W_k	20.0	(ton)
車両平均バネ定数	k	7.251×10^4	(kg/cm)
粘性減衰定数	c	23.08	(t/cm/sec)
車両固有振動数	f_k	3.0	(Hz)
車両減衰係数	h_k	0.03	
走行速度	V	10.0	(m/s)
重量、バネ定数の変動係数	$c.v.$	0, 0.1, 0.2, 0.3	

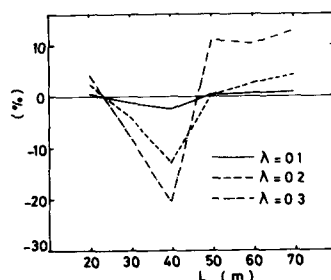


図-2 変動係数に対する変位応答の変化

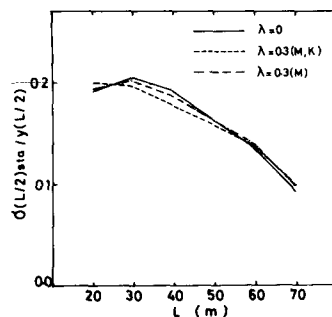


図-3 定常 r.m.s. 変位応答

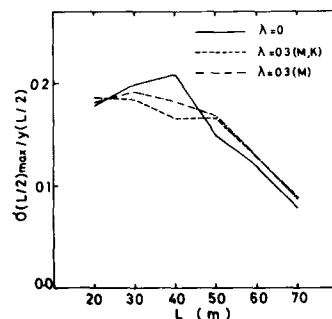


図-4 最大 r.m.s. 変位応答