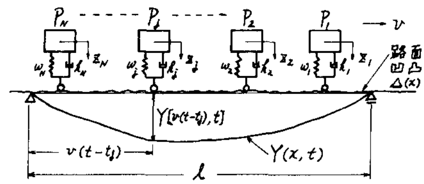
201－3　　道路橋の定常ランダム走行応答と衝撃係数　　555・2

鹿児島高専　○正員　内谷　保
九州大学工学部　正員　彦坂　熙

1. まえがき

本研究は道路橋の設計衝撃係数の確率論的評価を目的として，定常不規則振動論を用いた連行自動車荷重による道路橋の定常ランダム応答の一解析手法を提示するとともに若干のパラメトリック解析を行い，先に行った単純桁道路橋の非定常ランダム応答解析による結果と比較検討しその妥当性を調べたものである。もし，この妥当性が認められれば時間領域での計算を必要としないので好都合であると同時に他の橋梁にもそのまま適用可能である。

2. 連行車両－橋梁系の運動方程式



図－1　連行車両－橋梁系の解析モデル

図－1に示すように，路面凹凸$\Delta(x)$（平均値零の定常ランダム過程）を有する橋梁にN台の連行車両がある固定された位置で走行中の不規則振動を及ぼしているものとする。各車両の番号を先頭車から$1, 2, \cdots, N$と付し，車両の重量，固有円振動数，減衰定数をそれぞれP_j，ω_j，h_j（$j=1,2,\cdots,N$）とする。また，橋梁の変位$Y(x,t)$の動的成分（動的増加たわみ）を$y(x,t)$，車両の鉛直変位を$z_j(t)$（$j=1,2,\cdots,N$）とする。このとき，$y(x,t)$はn次の正規化された固有振動モードを$\phi_n(x)$，基準座標を$q_n(t)$として次式で表わされる。

$$y(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\phi_n(x)q_n(t) \tag{1}$$

ここに，$q_n(t)$は平均値零の定常ランダム過程となり，連行車両－橋梁系の運動方程式は$q_n(t)$および$z_j(t)$に関する次の連立微分方程式で与えられる。

$$\ddot{q}_n(t)+2h_n\omega_n\dot{q}_n(t)+\omega_n^2 q_n(t)=-\frac{1}{g}\sum_{j=1}^{N}P_j\,\phi_n[v(t-t_j)]\,\ddot{z}_j(t) \tag{2}_a$$

$$\ddot{z}_j(t)+2h_j\omega_j\dot{z}_j(t)+\omega_j^2 z_j(t)-\omega_j^2\sum_{n=1}^{\infty}\phi_n[v(t-t_j)]q_n(t)=\omega_j^2\Delta[v(t-t_j)] \tag{2}_b$$

ただし，ω_n，h_nは橋梁のn次の固有円振動数，減衰定数であり，vは車両の走行速度である。また，t_jはj台目の車両が橋梁に進入する時刻を示し，$t_1=0$である。

3. 定常不規則振動論による橋梁の定常ランダム応答の計算

路面の不規則凹凸を$\Delta(vt)=e^{i\omega t}$とおくと，$\Delta[v(t-t_j)]$，$z_j(t)$および$q_n(t)$は次のように表わすことができる。

$$\Delta[v(t-t_j)]=e^{i\omega(t-t_j)},\quad z_j(t)=H_{z_j}(i\omega)e^{i\omega t},\quad q_n(t)=H_{q_n}(i\omega)e^{i\omega t} \tag{3}$$

ここに，$H_{z_j}(i\omega)$，$H_{q_n}(i\omega)$は入力$\Delta(vt)$に対する応答$z_j(t)$，$q_n(t)$の周波数応答関数である。いま，式(3)を式(2)$_a$に代入すれば，$H_{q_n}(i\omega)$が次のように求められる。

$$H_{q_n}(i\omega)=\frac{1}{g}\frac{\omega^2}{\omega_n^2-\omega^2+2ih_n\omega_n\omega}\sum_{j=1}^{N}P_j\,\phi_n[v(t-t_j)]\,H_{z_j}(i\omega) \tag{4}$$

また，式(3)，(4)を式(2)$_b$に代入して整理すると，次のような$H_{z_j}(i\omega)$に関する複素係数をもつ連立一次方程式となる。

$$[A_{jk}(i\omega)]\{H_{z_j}(i\omega)\}=\{B_j(i\omega)\} \tag{5}$$

ただし，$\{H_{z_j}(i\omega)\}=(H_{z_1}(i\omega)\ H_{z_2}(i\omega)\cdots H_{z_N}(i\omega))^T$，$\{B_j(i\omega)\}=(\omega_1^2\ \ \omega_2^2e^{i\omega t_2}\cdots\omega_N^2e^{i\omega t_N})^T$なる列ベクトルであり，$[A_{jk}(i\omega)]$は次式で示されるような要素を持つ$N\times N$の複素正方行列である。

$$A_{jk}(i\omega)=(\omega_j^2-\omega^2+2ih_j\omega_j\omega)\delta_{jk}-\omega_j^2P_k\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{g}\frac{\omega_n^2-\omega^2-2ih_n\omega_n\omega}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+(2h_n\omega_n\omega)^2}\omega^2\phi_n[v(t-t_j)]\phi_n[v(t-t_k)],$$

δ_{jk}：Kroneckerのデルタ記号

式(5)を解くことにより各車両の周波数応答関数$H_{z_j}(i\omega)$が求められる。この求められた$H_{z_j}(i\omega)$を式(4)の右辺

に代入して級数計算を行い実数部と虚数部をそれぞれ$C_n(\omega)$, $D_n(\omega)$とおけば, $H_{g_n}(i\omega)$は次式のように表わされる。

$$H_{g_n}(i\omega)=\frac{1}{g}\frac{\omega^2}{\omega_n^2-\omega^2+2ih_n\omega_n\omega}\left\{C_n(\omega)+iD_n(\omega)\right\} \qquad (6)$$

橋梁の動的増加たわみ$y(x,t)$は式(1)で与えられるので, $y(x,t)$の2乗平均値は次式で求められる。

$$E[y^2(x,t)]=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\phi_n(x)\phi_m(x)E[g_n(t)g_m(t)] \qquad (7)$$

さらに, $y(x,t)$のr.m.s.値$\sigma_y(x)$は式(7)の平方根より求められる。また, 式(7)中の$E[g_n(t)g_m(t)]$は定常ランダム過程$g_n(t)$と$g_m(t)$の共分散を表わし, 定常不規則振動論を用いて次式で与えられる。

$$E[g_n(t)g_m(t)]=\frac{1}{g^2}\int_0^{\infty}\left[\frac{\{C_n(\omega)C_m(\omega)+D_n(\omega)D_m(\omega)\}\{(\omega_n^2-\omega^2)(\omega_m^2-\omega^2)+4h_n\omega_nh_m\omega_m\omega^2\}}{\{(\omega_n^2-\omega^2)(\omega_m^2-\omega^2)+4h_n\omega_nh_m\omega_m\omega^2\}^2+\{2h_n\omega_n\omega(\omega_m^2-\omega^2)-2h_m\omega_m\omega(\omega_n^2-\omega^2)\}^2}\right.$$
$$\left.+\frac{\{D_n(\omega)C_m(\omega)-D_m(\omega)C_n(\omega)\}\{2h_n\omega_n\omega(\omega_m^2-\omega^2)-2h_m\omega_m\omega(\omega_n^2-\omega^2)\}}{\{(\omega_n^2-\omega^2)(\omega_m^2-\omega^2)+4h_n\omega_nh_m\omega_m\omega^2\}^2+\{2h_n\omega_n\omega(\omega_m^2-\omega^2)-2h_m\omega_m\omega(\omega_n^2-\omega^2)\}^2}\right]S_\Delta(\omega)\,d\omega \qquad (8)$$

ここに, $S_\Delta(\omega)=2\pi va/(\omega^2+\chi^2)$で, 路面凹凸$\Delta(vt)$のパワースペクトル密度関数である。[1)]

4. 数値計算結果

先に行った単純桁橋の非定常ランダム応答解析に基づく衝撃係数の算定は, 支間中央点の静的最大たわみ$y_{st\,max}$が生ずる載荷状態における支間中央点の動的増加たわみのr.m.s値$\sigma_y(l/2,t)$の2倍を$y_{st\,max}$で除して求めるのが合理的であるという見解を示したが,[1)] 本論でもこの見解に立って$y_{st\,max}$が生ずる載荷状態を固定して3.で述べた方法により支間中央点の動的増加たわみのr.m.s.値$\sigma_y(l/2)$を求め次式より衝撃係数iを評価する。

$$i=\frac{2\sigma_y(l/2)}{y_{st\,max}} \qquad (9)$$

表-1 単純桁橋の諸元(1車線換算)[1)]

支間	総重量	1次固有振動数	静的最大たわみ	減衰定数
20m	48.4 ton	6.23 Hz	0.53 cm	0.02
30	77.6	3.79	1.17	0.02
40	106.8	2.93	1.68	0.02
50	136.0	2.45	2.28	0.02
60	165.2	2.11	2.97	0.02

表-1に示すような諸元をもつ支間20～60mの単純合成桁橋を対象として, 式(9)より衝撃係数iを計算する。連行自動車荷重としては, 図-2に示すようなL-20荷重相当の数値解析モデルを用い, 車両の走行速度v, 固有振動数f_0, 車両間隔などをパラメータとして変化させる。車両の減衰定数は$h_0=0.03$とした。また, 路面凹凸のパワースペクトル密度$S_\Delta(\omega)$のωは路面周波数をΩ(cycle/m)として$\omega=2\pi v\Omega$で表わされ, $a=10^{-3}$ cm²/mとした。

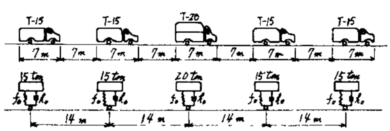


図-2. 連行自動車荷重の解析モデル

図-3は単一走行車両と連行車両によるi値を比較したものであり図-4は車両間隔によるi値を比較したものである。この場合, 車両の固有振動数は$f_0=3$Hzを用いた。いずれの場合も非定常ランダム応答解析結果とかなりの一致性が見られ, 定常ランダム応答解析の妥当性が認められよう。他のパラメータの変化や他種の橋梁についての結果は当日発表の予定である。

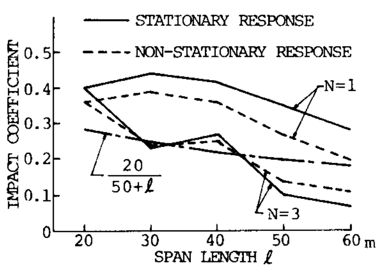


図-3 単一走行車両と連行車両による衝撃係数 ($v=10$ m/sec, $f_0=3$ Hz)

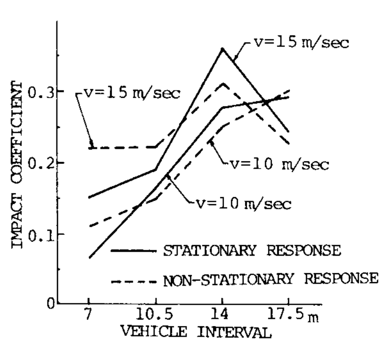


図-4 車両間隔による衝撃係数 ($l=40$ m, $f_0=3$ Hz)

[参考文献] 1). 彦坂・吉村・内谷：連行自動車荷重による単純桁橋の非定常ランダム応答と衝撃係数, 土木学会論文報告集, No.290, 1979-10　2). 得丸英勝他訳：ランダムデータの統計的処理, 培風館,