

九州大学 工学部 正 員 橋 東一部

正 員 橋本 晴行

学生員 中村 哲巳

1 まえがき；土石流の流動に関して、大粒子を多量に含む乱流では、粒子の衝突による運動量輸送が流れの特性を決定する重要な要素となる事から、Bagnold⁽¹⁾は、均一粒径の2粒子による衝突を基本とし、濃度の一様性を仮定して、せん断応力 τ と垂直応力 P を求めた。これらの式中の係数は実験により明らかにしている。従って、本研究は、(i) Bagnoldの衝突理論を基本としながら、実験の諸係数の導入を避け、平野⁽²⁾と同様に衝突に伴う摩擦を考慮した、 τ と P の決定、(ii)濃度の非一様性を考慮して求めた濃度分布の理論解と実験値の比較、(iii)流速分布の実験値の検討等を試みる。

2 均一粒径の2体衝突理論；理論の展開を単純化する為に、次に示す仮定を設ける。(i)衝突直前の粒子は、その地点より流れに馴染んでいる。(ii)相対的に遅い粒子(下層粒子)は、注目する粒子のII象限(図1)で衝突する。(iii)相対的に速い粒子(上層粒子)は、注目する粒子のI象限で衝突する。今、図1に示す様に、相対的に速い粒子 i が注目する粒子 0 に衝突する場合を考える。この時、 0 粒子は i 粒子から図の様な衝撃力を受け、 i 粒子はその反作用として逆向きの力を 0 粒子から受ける。よって、 0 粒子、 i 粒子の、衝突による運動量変化は、各々次の様になる。

$$0 \text{ 粒子 ; } m(u_0' - u_0) = (\sin\alpha + \mu \cos\alpha) \int_0^{\tau_0} F dt, \quad m(v_0' - v_0) = -(\cos\alpha - \mu \sin\alpha) \int_0^{\tau_0} F dt,$$

$$i \text{ 粒子 ; } m(u_i' - u_i) = -(\sin\alpha + \mu \cos\alpha) \int_0^{\tau_0} F dt, \quad m(v_i' - v_i) = (\cos\alpha - \mu \sin\alpha) \int_0^{\tau_0} F dt,$$

ここに、 (u_0, v_0) (u_i, v_i)は衝突前の $0, i$ 粒子の速度で、 $'$ は衝突後を意味する。 μ は摩擦係数、 τ_0 は衝突時間である。また、反発係数を e とすると、 $(u_i' - u_0') \sin\alpha - (v_i' - v_0') \cos\alpha = -e \{ (u_i - u_0) \sin\alpha - (v_i - v_0) \cos\alpha \}$ が成立する。これらを解くと、 0 粒子の i 粒子による運動量変化は、

$$m(u_0' - u_0) = \frac{\pi}{2} d(1+e)(\sin\alpha + \mu \cos\alpha) \left(\frac{du}{dy} \sin\alpha - \frac{dv}{dy} \cos\alpha \right) \cos\alpha \quad \text{--- ①}$$

$$m(v_0' - v_0) = -\frac{\pi}{2} d(1+e)(\cos\alpha - \mu \sin\alpha) \left(\frac{du}{dy} \sin\alpha - \frac{dv}{dy} \cos\alpha \right) \cos\alpha \quad \text{--- ②}$$

となる。ここに、 $u_i - u_0 = \frac{du}{dy} \cdot d \cos\alpha$, $v_i - v_0 = \frac{dv}{dy} \cdot d \sin\alpha$, $m = \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma + \frac{\rho}{2})$ である。

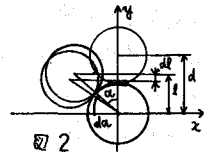
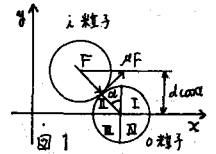
次に、Bagnoldは、粒子が一様に分散している場合、平均自由分散距離 S を用いて、単位時間当りの衝突回数を $n = f(\lambda) \cdot \delta u / S$ としているが、 $f(\lambda)$ の評価が明白でない為、本文では、 $m = \delta u / S = \frac{du}{dy} \cdot d \cos\alpha / S$ と仮定する。(但し、 $\delta u = u_i - u_0$) 粒子は y 方向に一様に分布し、単位長さ当りの粒子の個数は、 $1/(S+d)$ となる。よって、図2に示す様な微小区間 $d\ell$ には、 $d\ell/(S+d)$ 個の粒子が存在する。(但し、 $\ell = d \cos\alpha$) 従って、図より、 $\alpha \sim \alpha + d\alpha$ の間の角度で 0 粒子に単位時間当りに衝突する回数は、 $M_\alpha = \frac{du}{dy} \cdot d \cos\alpha / S \times d\ell / (S+d)$ となり、 0 粒子が上層粒子から受ける平均的な力は、

$$P_x = \int_0^d m(u_0' - u_0) \frac{du}{dy} \cdot d \cos\alpha \frac{d\ell}{S(S+d)} = \frac{\pi}{2} d(1+e) \left(\frac{\frac{C_d}{C_s}}{\left(\frac{C_d}{C_s} \right)^{1/3} - 1} \right) \left\{ \frac{2}{15} (1+\mu) \frac{du}{dy} - \frac{1}{5} \left(\frac{2}{3} + \mu \right) \frac{dv}{dy} \right\} \frac{du}{dy} \quad \text{--- ③}$$

$$P_y = \int_0^d m(v_0' - v_0) \frac{du}{dy} \cdot d \cos\alpha \frac{d\ell}{S(S+d)} = -\frac{\pi}{2} d(1+e) \left(\frac{\frac{C_d}{C_s}}{\left(\frac{C_d}{C_s} \right)^{1/3} - 1} \right) \left\{ \frac{2}{15} (1-\mu) \frac{du}{dy} - \frac{1}{5} \left(1 - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{dv}{dy} \right\} \frac{du}{dy} \quad \text{--- ④}$$

となる。ここに、 $S = \left\{ \left(\frac{C_d}{C_s} \right)^{1/3} - 1 \right\} \cdot d$ である。単位面積当りの粒子数は、 $1/(S+d)^2 = \left(\frac{C_d}{C_s} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{d^2}$ より、 τ, P は、

$$\tau = \frac{\pi}{2d} (1+e) \left(\frac{\frac{C_d}{C_s}}{\left(\frac{C_d}{C_s} \right)^{1/3} - 1} \right) \left\{ \frac{1}{15} (1+\mu) \frac{du}{dy} - \frac{1}{5} \left(\frac{2}{3} + \mu \right) \frac{dv}{dy} \right\} \frac{du}{dy} \quad \text{--- ⑤}$$



$$P = -\frac{m}{2d} (1+e) \frac{\frac{C_d}{C_d^*} - 1}{\left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} - 1} \left\{ \frac{1}{15} (1-\mu) \frac{dU}{dy} - \frac{1}{5} \left(1 - \frac{2}{3}\mu\right) \frac{dV}{dy} \right\} \frac{dU}{dy} \quad \text{--- ⑥}$$

となる。この式の妥当性については、講演時に述べる事にする。以上は濃度の一様性を仮定して導いた。

次に、0粒子に働くγ方向の力を考える。0粒子は上層粒子から④式に示す力を受け、下層粒子からも等大で逆向きの力を受ける。一オ、0粒子には水中重量も働く事から、平衡状態が成立しない。従、て、濃度のγ方向の非一様性を考慮する必要がある。濃度に関する項は $m\alpha$ のみである。0粒子より l だけ上層での $m\alpha$ は、

$$m\alpha(y+l) = m\alpha(y) + \left(\frac{d\alpha}{dy}\right) \cdot l \quad \text{となり、0粒子が上層から受ける力は、④式より、}$$

$$P = \int_0^d m(v_0' - v_0) \times m\alpha(y+l) = P_y - \int_0^d m(v_0' - v_0) \frac{dU}{dy} \frac{d}{dy} \left[\frac{1}{S(5+d)} \right] \cdot d\omega \alpha \, dl$$

$$= P_y - \frac{1}{2} m d^2 (1+e) \frac{d}{dy} \left[\frac{\left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} - 1} \right] \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\mu}{3}\right) \frac{dU}{dy} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right) \frac{dV}{dy} \right\} \frac{dU}{dy} \quad \text{--- ⑦}$$

となる。また、0粒子が下層から受ける力は⑦式の前二項の符号を+に変えたものになる。従、て、0粒子のγ方向の平衡状態では、

$$-m d^2 (1+e) \frac{d}{dy} \left[\frac{\left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} - 1} \right] \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\mu}{3}\right) \frac{dU}{dy} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right) \frac{dV}{dy} \right\} \frac{dU}{dy} = \frac{\pi}{6} d^3 (r-p) g \omega \theta \quad \text{--- ⑧}$$

が成立する。ここに、 θ は河床勾配である。 $\frac{dU}{dy}$ は微小 δ として無視し、⑧式に⑤式を代入し、③式の τ を直線分布 ($\tau = [\bar{C}_d(r-p) + p] g (h-y) \sin \theta$) と仮定し、 $\eta = \frac{y}{h} = 0$ (河床) で $C_d = \beta C^*$ ($\beta < 1$) の境界条件下で⑧式を解くと、濃度分布は、

$$\eta = 1 - \left[\frac{\left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} (1-\beta^{\frac{1}{3}})}{1 - \left(\frac{C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} \beta^{\frac{1}{3}}} \right] \frac{1}{A \cos \theta} \cdot \exp \left[- \frac{\left(\frac{\beta C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} - 1}{A \cos \theta \cdot \beta^{\frac{1}{3}}} \left[1 + \frac{1}{\beta^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{\beta C_d}{C_d^*}\right)^{\frac{1}{3}} + 1 \right] \right] \quad \text{--- ⑨}$$

となる。ここに、 $A = \frac{2}{45} \frac{\pi(1+\mu)}{\frac{1}{3} - \frac{\mu}{3}} \frac{(r-p)}{\bar{C}_d(r-p) + p}$ 、 $\bar{C}_d$ は断面平均濃度である。

3 実験方法及び装置；長さ7m 高さ30cm幅15cmの可変勾配水路に、

平均粒径8.2mm 密度1.55 g/cm^3 の一様な人工軽量骨材を10cmの厚さに敷き、予め河床を飽和させ、勾配 $\theta = 9^\circ$ 流量200 cm^3/s と $\theta = 12^\circ$ 流量197 cm^3/s の2種で実験を行ない、土石流の先端進行速度及び、土石流の濃度(下流端)を測定した。また、側面から、固定した高速16mm 撮影機を用いて土石流を175 cm^3/s で写し、流速分布及び平野⁽¹⁾と類似な方法で濃度分布を測定した。

4 実験結果と考察；図3は $\theta = 9^\circ$ の場合の先端部と後続部の流速分布と濃度分布を示し、図4は $\theta = 12^\circ$ を示す。 $\theta = 9^\circ, 12^\circ$ いずれの場合にも、先端部と後続部とでは流速分布形が異なり、異なる事が分る。図5は $\theta = 9^\circ, 12^\circ$ における先端部の濃度分布の理論解と実験値との比較を示す。尚、 β は理論の断面平均濃度が下流端で採取した実験値に一致する様に求めた。 $\theta = 9^\circ$ の場合、式⑨にはγ方向にかなり顕著な濃度勾配が見られ、実験値もそれを示している。一オ、 $\theta = 12^\circ$ では、式⑨は一様分布に近い形を取り、実験値もほぼ一様性を示していると言える。尚、理論には多少の問題点が残っており、検討中である。また、濃度勾配の流速分布への影響や、濃度勾配による逆グレーディング現象の可能性等も、今後検討して行きたいと思う。

(参考文献) (1) R. A. Bagnold: Proc. Roy. Soc. A. Vol. 225, 1954. (2) 平野、岩元、後渡：オ22回水理講演会論文集、1978. (3) 平野、岩元、後渡：オ15回自然災害シンポジウム、1978.

