

九州大学 工学部 正員 橋 東一郎
九州大学 工学部 正員 小松 利光
九州大学 工学部 学生員 〇下田 五郎

1. まえがき 同密度の流体より重い流体が傾斜した壁面に沿って下降する傾斜下降プリュームの流れは、海底や湖底における turbidity flow の挙動に関連する問題であるが、Ellison-Turner¹⁾は塩淡水を用いて傾斜角 θ を変えて傾斜下降プリュームの実験を行ない、流れが傾斜角に応じて決まる一定の overall Richardson 数と連行係数 E_f に漸近することを示し実験曲線を与えている。本文は表面密度噴流で研究した乱流構造の浮力効果による変化に関する知見を応用、上述の問題を理論的に考察し、新たに実験を行なって傾斜プリュームの流れ特性を検討したものである。

2. 理論的考察 図-1の傾斜下降Plumeを考え、単位質量あたりの平均浮力を、 $B = g[\rho_a - \rho]/\rho_a$ ----(1) とする。流速分布、浮力分布、乱れ強度、混合距離の分布は相似形を仮定し、次の形におく。

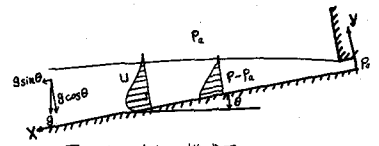


図-1 流れの模式図

$$\frac{U}{U_1} = f(\eta), \quad \frac{B}{B_1} = m(\eta), \quad \sqrt{C}l = (U_1 h) g_m \beta_m f_l(\eta) \text{----(2)}$$

ここに、 $\eta = y/h$, U_1, B_1 : 断面の最大流速、底面浮力, $\sqrt{C} = U_1 g_m$, $l_m = \beta_m h$, f_l : Plume幅($1/2 U_1$ と $1/2 B_1$ 幅)拡散方程式, 運動方程式, 平均流のエネルギー方程式を $y = 0$ より ∞ まで積分し、式(2)を代入する。また、壁面のせん断応力を $\tau_w/\rho_a = 1/2 C_f U_1^2$ とおく。

浮力束の保存式は $\alpha_{\text{mix}} U_1 B_1 h = N_0 (= \text{const.})$ ----(3) となり、次式で定義される overall Richardson 数

$R_i = N_0 \cos \theta / U_1^3$ ----(4) を導入すると、運動量の式、平均流のエネルギー式は若干の計算の後それぞれ次のようになる。

$$\frac{d}{dx} [\alpha_{\text{mix}} R_i^{1/2} (1 + r R_i)] = R_i^{1/2} (R_i \tan \theta \frac{\alpha_{\text{os}}}{\alpha_{\text{os}}} - \frac{C_f}{2}) \text{----(5)}$$

$$(1 + 2r R_i) \frac{dh}{dx} - (1 - \frac{2}{3} r R_i) \frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} - \frac{2}{\alpha_{\text{os}}} R_i \tan \theta = -\frac{2}{3} \frac{\beta_m \beta_m}{\alpha_{\text{os}}} \int_0^{\infty} f_l^2 \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta \text{----(6)}$$

ここで、 χ_0 は $R_i \rightarrow 0$ (均一流体の壁面噴流)で $g_m \rightarrow g_0$, $\beta_m \rightarrow \beta_0$ とすると $\chi_0 = g_0 \beta_0 \int_0^{\infty} f_l^2 \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta$ ----(7)である。式(6)の $\chi_2(R_i)$ は渦動粘性係数が浮力効果のために減少することを示す関数で、表面密度噴流の乱れ構造の式で浮力 B の代りに y 方向の成分 $B \cos \theta$ でおきかえれば、全く同様の議論がなされる、結果だけを以下に示すと

$$\chi_2(R_i) = \frac{g_0 \beta_0}{g_m \beta_m} = \frac{\sqrt{1 - \lambda_1 \chi_0 R_i}}{(1 + \lambda_2 \chi_0 R_i)^2} \text{----(8)}$$

上式で α, r は流速、浮力分布に関する断面特性値(たとえば $\alpha_{\text{os}} = \int f_m d\eta$), λ_1, λ_2 は乱れの分布, $i(\eta), j(\eta)$ 及び $\frac{df}{d\eta}, \left| \frac{dm}{d\eta} \right|$ に関する断面特性値(たとえば $\lambda_1 = \int f_l^2 \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta / \alpha_{\text{os}}^2 \int f_l^2 \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta$), χ_0, χ_1 は拡散に関する定数で、 $\chi_0 = 1.2$, $\chi_1 = 2.8$ である。なお、 C_f は均一流体の wall jet に関する Schwarz の実験から $C_f = 1.11 \times 10^{-2}$ とする。

3. 傾斜Plumeの流れと連行係数 基本式(5), (6)を計算に便利のように変形すると以下のようなになる。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{3} \frac{2 - r R_i}{1 + r R_i} \left(\frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} \right) + \frac{(\alpha_{\text{os}} \alpha_{\text{os}}) R_i \tan \theta - C_f}{\alpha_{\text{os}} (1 + r R_i)} \text{----(9)}$$

$$\alpha_{\text{os}} (1 + r R_i) \chi_1(R_i) \left(\frac{h}{R_i} \frac{dR_i}{dx} \right) = \frac{2 \alpha_{\text{os}}}{\alpha_{\text{os}}} \chi_0 \chi_2(R_i) + 3 \frac{\alpha_{\text{os}}}{\alpha_{\text{os}}} R_i \tan \theta \sqrt{2} \chi_1(R_i) - 3 \sqrt{2} \chi_2(R_i) \frac{C_f}{2} \text{----(10)}$$

$$\text{ここに、} \chi_1(R_i) = \{1 + R_i (4r - 4r_1 - 2r_2) + 2r R_i^2 (r_1 - r_2)\} / (1 + r R_i)^2, \quad r_3 = \alpha_{\text{os}} / (\alpha_{\text{os}} \alpha_{\text{os}})$$

$$\Omega_1(R_i) = \{(\alpha_0 R_i - 2) + 2(\alpha_0 R_i - r) R_i\} / (1 + r R_i), \quad \Omega_2(R_i) = (1 + 2 R_i) / (1 + r R_i)$$

また、連行係数は連続の式 $\frac{d}{dx}(\alpha_0 U_i h) = V_e = E U_i$ より一般に次式で与えられる。

$$E = \left(\frac{dh}{dx} \right)_{\theta} \cdot \alpha_0 = \frac{(\alpha_0 \alpha_m) R_{if} \tan \theta - C/2}{\alpha_{20} (1 + r R_{if})} \cdot \alpha_0 \quad \text{--- (11)}$$

式(10)で R_i が最終値 R_{if} に達するものとして $\frac{dR_i}{dx} = 0$ とし、右辺の R_i を R_{if} にすると $R_{if} \tan \theta$ と R_{if} すなわち R_{if} と θ の関係が一義的にきまり、式(11)より E_f は θ の関数として与えられる(図-4, 5)。なお、 $\theta = 90^\circ$ の場合には $R_i = 0$ で $R_i(\tan \theta)_{\theta=90} = \sqrt{C/2} = R_i$ が現象を規定するパラメータとなる。また、最終状態の R_{if} 、 E_f を用いると、傾斜 Plume の確立領域における特性量 U_i 、 h 、 B_i は容易に求まり、それらは次のようである。

$$U_i = \sqrt{N_0 \cos \theta} R_{if} = \text{const.}, \quad h = E_f (x - x_0) / \alpha_0 + h_p, \quad B_i = \frac{\alpha_0}{\cos \theta} \sqrt{E_f U_i} \cdot 1/x$$

4. 実験方法と結果 実験は図-2 に示すように傾斜 Plume の実験(RUN-A)と鉛直壁面 Plume の実験(RUN-B, $\theta = 90^\circ$)の2つについて行なった。

RUN-A では排水口付近に Plume 水の定常な Pool ができるように排水バルブを調整して Plume 流量と排水量を等しくし、測定は定常になった後排水量及び連行面積(Pool の部分を除く)を計り、連行速度 V_e を求めた。また、water blue を tracer として用いることにより断面最大流速 U_i を求め、Plume 出口から 100cm, 180cm の所で採水することにより、浮力分布を測定した。

RUN-B の実験は $\theta = 90^\circ$ での R_{if} 、 E_f 及び最終状態におちくまでの R_i 、 E の変化を調べるために行なったもので、Plume 幅 h については淡水中に投入した色素が Plume によって巻き込まれ鉛直方向の流速成分が初めて与えられる点と壁面との距離 h' を測定し、 $h' = 2.1h$ の関係から h を算出した。一方、water blue 及び過マンガン酸カリウムを tracer として淡水中に投入し、場所ごとの連行速度 V_e を直接測定した。

図-3 に測定された浮力分布 B/B_i と wall jet について Schwarz が測定した流速分布 U/U_i を示した。浮力分布は壁面にそって発達する境界層のなかでは濃力拡散係数が急減するため、きわめて大きな浮力勾配をもつ。図の浮力、流速分布を用いて断面特性値 α 、 r 、 λ などを計算し、 R_{if} と θ との計算値を図-4、 E_f と θ との計算値を図-5 に示した。両図には RUN-A, B の実験値とともに Ellison-Turner の実験値も記入している。図-4 の R_{if} についてはかなり良い一致がみられ、図-5 の E_f に関しては、 θ の大きいところで Ellison らの実験ではやや過大となっているが、著者の実験値とは良く一致しており、理論はほぼ妥当であると思う。なお、 θ の小さい部分で E_f の実験値は理論値に比べやや小さくなっているが、 θ の小さい場合、最終状態 R_{if} 、 E_f に達するまでの距離が無視できず、遷移領域の影響が表れたものと考えられる。

参考文献

- 1). Ellison T.H. and Turner J.S.: Turbulent entrainment in stratified flow: J.F.M. vol. 6, 1959
- 2). 橋本 一郎, 小松 利光: 2次元表面密度噴流における連行現象; 土木学会論文報告集 第273号, 1978
- 3). Schwarz W.H. and Cosart W.P.: The two dimensional turbulent wall jet: J.F.M. vol. 10, 1961

図-2

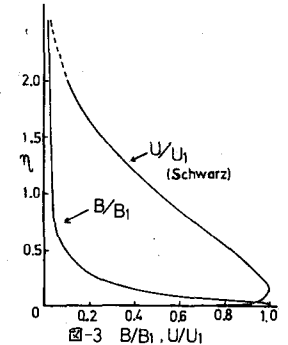
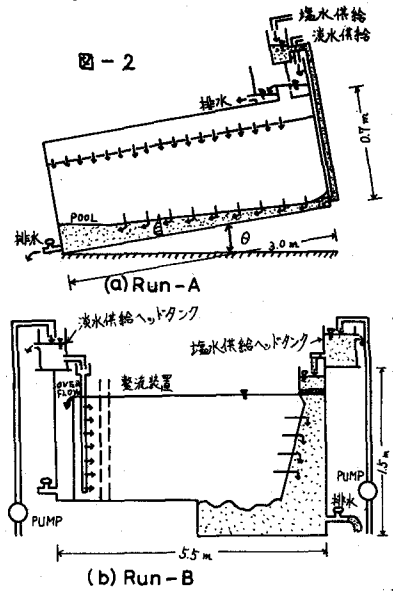


図-3 B/B_i , U/U_i

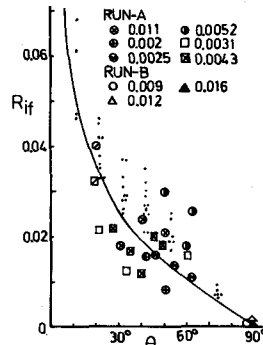


図-4 θ と R_{if} の関係

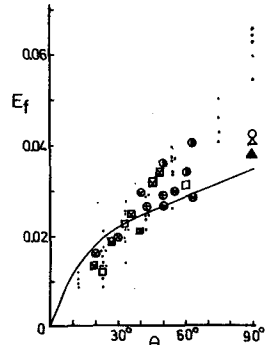


図-5 θ と E_f の関係