

九州大学 〇 学生員 白水 清隆

〃 正 員 藤野 和徳

〃 正 員 上田 年次古

1. まえがき 海岸線近くの砂層地盤中には海水が浸入して、いわゆる塩水楔を形成するが、その境界面での混合現象は淡水地下水の塩水化の一つの原因となり重要である。本報は図-1のように、混合が生じないとした場合の淡塩境界面をx軸とし、境界面に垂直上向きをy軸として、下部の塩水が静止し、上部に主流速 $U(x)$ の淡水が流れる場合について、y方向の密度分布・流速分布に相似則を仮定して解析し、実験と比較したものである。

2. 解の誘導 基礎方程式として

$$\text{連続方程式} \quad \partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \quad (1)$$

$$\text{拡散方程式} \quad u \partial \rho / \partial x + v \partial \rho / \partial y = \partial (D \partial \rho / \partial y) / \partial y \quad (2)$$

ここで u, v : x, y 方向の浸透流速 D : 拡散係数
いま y 方向の流速・密度分布に相似則を仮定して

$$\eta = y / R(x) \quad (3) \quad \xi = y / S(x) \quad (4) \quad \text{とおく}$$

$$u = U(x) f(\eta) (\tan^{-1} \eta + \pi/2) \quad (5) \quad v = V(x) g(\eta) \quad (6) \quad \rho = \rho_s - (\rho_s - \rho_f) f(\xi) \quad (7) \quad \text{とする。}$$

ここで $U(x)$: 主流の流速 $V(x)$: x 断面の v の代表値 ρ_f : 淡水密度 ρ_s : 塩水密度 η, ξ : 相似変数
 $R(x)$: η を規定する y 方向の基準長 $S(x)$: ξ を規定する y 方向の基準長

$$(3) \sim (7) \text{式を}(1) \text{式に代入すると} \quad (U \partial f / \partial \eta) (\tan^{-1} \eta + \pi/2) - (U \partial g / \partial \eta) \{ \eta / (1 + \eta^2) \} (dR/dx) (1/R) + V(x) g'(\eta) (1/R) = 0 \quad (8)$$

(8)式はxの関数の部分と η の関数の部分とに分離されており、これが恒等的に成り立つために次式を与える。

$$U \partial f / \partial \eta = -R_0 (U \partial g / \partial \eta) (dR/dx) (1/R) = (1/R_0) V \partial g / \partial \eta \quad (9) \quad \tan^{-1} \eta + \pi/2 + R_0 \eta / (1 + \eta^2) + R_0 g'(\eta) = 0 \quad (10)$$

なお本解析では計算遂行上、上式の R_0 を一応1とおいた。これについては今後検討が必要と考えている。

さて、(9)式を解き、 $\eta = 0$ で $g(\eta) = 0$ すなわちx軸上で $v = 0$ とすれば $g(\eta) = -(\eta/R_0) (\tan^{-1} \eta + \pi/2)$ (11)

次に(3)~(7)式を(2)式に代入し、(1)式を用いると

$$(U \partial f / \partial \eta) (\tan^{-1} \eta + \pi/2) R \partial (S \partial f / \partial \eta) / \partial \eta + (1/R_0) \eta (\tan^{-1} \eta + \pi/2) (V \partial g / \partial \eta) f'(\xi) = -(D \partial^2 f / \partial \eta^2) f'(\xi) \quad (12)$$

(12)式もxの関数の部分と η の関数の部分とに分離されており、これが恒等的に成り立つために次式を与える。

$$(U \partial f / \partial \eta) R \partial (S \partial f / \partial \eta) / \partial \eta = (1/R_0) V \partial g / \partial \eta = (1/R_0) D \partial^2 f / \partial \eta^2 \quad (13)$$

$$\eta (\tan^{-1} \eta + \pi/2) f'(\xi) + R_0 \eta (\tan^{-1} \eta + \pi/2) f'(\xi) = -R_0 f'(\xi) \quad (14)$$

いま海岸部の塩水楔を考え淡塩境界面として、準一様流を仮定してえられる塩水楔上面をとり、この場合に算定される淡水流速を主流の流速 $U(x)$ とする。これは次式で与えられる。

$$U(x) = E \cdot Q / (1 + e) \{ \xi^2 - 2E \cdot Q \cdot x / (1 + e) R \}^{1/2} \quad (15) \quad \text{ここでは} U(x) \text{をTaylor展開し、次のxの一次式で与える。}$$

$$U(x) = ax + b \quad \text{ここで} \quad a = (1/R_0) \{ E \cdot Q / (1 + e) \} \xi^2 \quad b = E \cdot Q / (1 + e) \xi^2 \quad (16)$$

(ここに R : 透水係数 $E = (\rho_s - \rho_f) / \rho_f$ Q : 淡水流量 ξ : 塩水楔先端位置での海面からの淡水水頭)

(9)式の前半の式から $R(x) = C_0 / U(x) = C_0 / (ax + b)$ (17) (9)式の後半の式から与えられる $U(x)$ を(17)式の前半の式に入れて

解けば $S(x) = \{ C_0 / R(x) \}^{1/2} = \{ C_0 (ax + b) / C_0 \}^{1/2} R_0$ (18) 次に(13)式の後半の式から $V(x) = R_0 R_0 / R_0 D \{ C_0 / C_0 (ax + b) \}^{1/2}$ (19)

次に(9)式の最初の項と最後の項が等しい関係式に(17)~(19)式を入れれば $R_2 = 1$, $C_1 = \pi D / a R_0$ (20) が求まる。

次に $R_2 = 1$ とした(14)式で $\eta = \beta \xi$ とおいて解き $\beta = \eta / \xi = S(x) / R(x) = \pi D (ax + b)^{1/2} / (a R_0 C_0)$ (21) を入れれば、

$$f(\xi) = [a R_0 C_0 / \{ \pi D (ax + b) \}] \int_0^\xi \exp \alpha \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{C_0}{\pi D} (ax + b) \right) \tan^{-1} \beta \xi - \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{C_0}{\pi D} (ax + b) \right) \xi^2 + \pi/2 \right\} + C_0 \beta / \{ \pi D (ax + b) \} d\xi \quad (22)$$

なお(17)式で $x = \infty$ のとき $f(\xi) = 1$ であることから、(22)式で C_0 を与えれば $R_0 C$ が求められる。

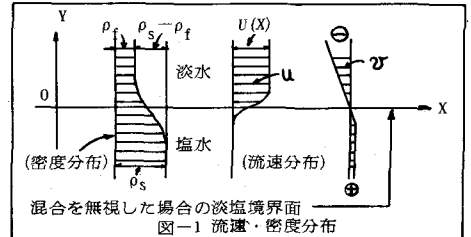


図-1 流速・密度分布

以上により(5)~(7)式は

$$U = \{(ax+b)/\pi\} (\tan^{-1}\eta + \pi/2) \quad (23) \quad V = \{(1/D_0)\} (\tan^{-1}\eta + \pi/2) C_0/C_1(ax+b) \quad (24)$$

$$\rho = \rho_s - (\rho_s - \rho_f) \{a R_0 C_0 / \pi D(ax+b)\} \exp a \left[\frac{f}{\pi D(ax+b)} \tan^{-1} \left\{ \frac{(ax+b)/C_0}{D} \right\} - \frac{1}{2} \right] \{ \tan^{-1} \left\{ \frac{(ax+b)/C_0}{D} \right\} + \pi/2 \} + C_0 \pi D(ax+b) \} dy \quad (25)$$

いま $U(x) = 0.00022x + 0.02$ (cm/s) (26) (図-4の実験条件の算定値) および $C_0 = 0.02$ cm³/s $D = 2 \times 10^{-5}$ cm²/s として、 U , ρ を算定した結果を図-2, 3に示す。

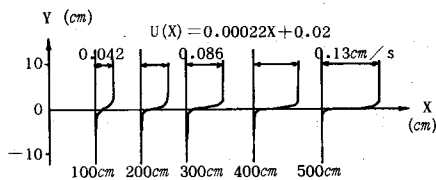


図-2 水平流速分布

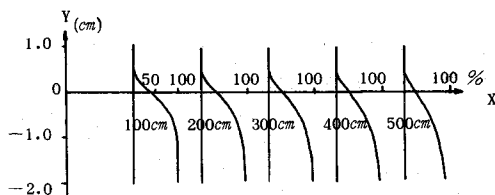


図-3 濃度分布

これによると、図-2の水平流速分布に関して x が増すにつれ流速の y 方向の変化の幅は小さくなる。これは x の増加につれ(26)式から $U(x)$ が増し、したがって(27)式から $R(x)$ が減少することから肯定される。なおこれについては図-4の実験の境界面上で淡水を色素で着色し淡水流速を観察して x が増すにつれて流速の変化幅が小さくなることを確認した。次に図-3の密度分布については、拡散幅は x の増加とともに y の正の領域の変化は小さいが、負の領域では大きくなり、全体として大きくなっている。これは(28)式から肯定される。

3. 実験および計算値との比較 実験装置を図-4に示す。

浸透水槽は透明の塩化ビニール製、長さ150cm、幅4cm、高さ50cm、中に粒径 $d = 0.2$ cmのガラス球を入れ、両端にヘッドタンクがある。濃度分布は、左のスリットより20cm(A)、80cm(B)の2断面で塩分濃度計で測定した。また塩水密度 $\rho_s = 1.025$ g/cm³、淡水密度 $\rho_f = 1.0$ g/cm³ とした。なお梗先端は左スリットよりほぼ110cmの位置であった。

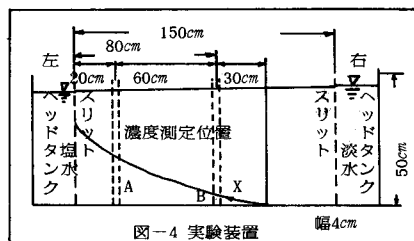


図-4 実験装置

測定結果を図-5、6の黒点で示す。次に計算では拡散係数の値を Harleman の実験結果 $D/\nu = 0.036 (Re)^{0.7}$ からえられる $D = 0.00016$ cm²/sec. とした。また $U(x)$ は図-4からえられる(26)式を用い、 $C_0, R_0 C$ は(24)(25)式から C_0 を種々与えて図-6 ($x = 30$ cm) の ρ の測定値にあうような $C_0, R_0 C$ を求め、 $C_0 = 0.02$ cm³/s, $R_0 C = 2.26$ をえた。図-6の実線は確認の意味で行った算定値である。次にこの $C_0, R_0 C$ を用いて $x = 90$ cmのA断面の ρ を算定した結果を図-5の実線に示している。これを図-5の黒点と比較してほぼよい一致を示しているといえよう。

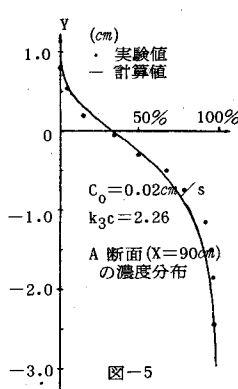


図-5

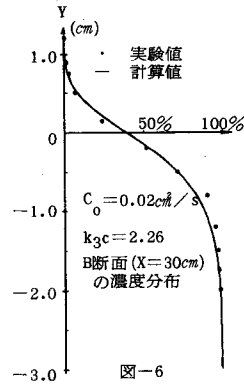


図-6

4. おまけ

本報でのべる相似則を仮定した密度分布・流速分布の解析値は、ほぼ淡塩境界面の混合現象を表わしているといえる。なお塩水梗先端位置での密度分布や流速分布など境界条件の与え方については未定であり、今後検討したいと考えている。

参考文献

- 1) 嶋 裕久 地下水(密度流諸問題) 1971年度 水工学に関する夏期研究会講義集 A-25
- 2) D.R.F. Harleman "Long tidal and lateral dispersion in an isotropic porous medium" Journal of Fluid Mech. Vol 16 part 3 July 1963