

九州大学工学部 正員 ○ 巻内 勝彦
同 正員 山内 豊聰

1 まえがき 本文は、道路の路床・路盤が受けるような応力状態、すなわち、破壊応力に比較して低い応力を、連続的かつ多回数受ける場合の復元ひずみに対して、その弾性定数（スティフネスとコンプライアンス）の測定を行ったものである。土の変形挙動を求める力学モデルの選定、または変形係数を求めるアプローチとして種々の方法が試みられているが、著者は、現場の応力条件に出来る限り忠実にシミュレートさせながら物理的意義を明確にできるモデルに立脚して、応力ひずみ関係を単純化して測定するアプローチを考えてきた。最も基礎的で簡単な弾性体モデルによるスティフネスとコンプライアンスの実測は、今まで試みられてはいるが、円柱三軸試験で行っているので求める要素の数が限定されている（4個）。また、piecewise linear を仮定しているため、実験個数が多くなりかねない欠点があった。今回は、さらに一般的な三主応力制御試験機を用いて、9個の要素の測定を行った。また回帰分析処理をすることによって、実験個数は比較的少なくても、相関係数の評価も可能となる利点がある。

2 実験条件 実験に用いた繰返し立方体三軸試験機と供試体条件は他に詳述されている¹⁾。概略は次の通りである。載荷条件は、周期1 Hz、振数矩形波、載荷回数は10万回まで、非排水条件、応力経路は $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = \text{一定}$ 、応力比 $\tau_{oct}/\sigma_{oct} = 0.175 \sim 0.7$ 、繰返し応力レベル $\sigma_{oct} \leq 300 \text{ kPa}$ 、 $\tau_{oct} \leq 200 \text{ kPa}$ 、中間主応力パラメータ $\xi = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) = -1$ （圧縮） $\sim +1$ （伸張）で行った。供試体は、砂：シルト：粘土 = 40：35：25（乾燥重量比）、最大粒径 0.6 mm 、締固め状態 $\gamma_n = 2.06 \text{ g/cm}^3$ 、 $w = 9.03\%$ 、供試体各辺長は 10^6 mm とした。この実験条件範囲では復元ひずみは、ほぼ線形変形性が仮定できるとみなして計算を行った。

3 弾性定数要素 コンプライアンス C_{ij} とスティフネス S_{ij} のマトリックスを、ここでは次のように定義する。 $\{\varepsilon_i\} = [C_{ij}] \cdot \{\sigma_j\}$ 、 $\{\sigma_i\} = [S_{ij}] \cdot \{\varepsilon_j\}$ …… ① ひずみは繰返し応力下の除荷時の復元ひずみを用いる。 C_{ij} と S_{ij} の要素の数は、一般異方性材料では $6 \times 6 = 36$ 個独立して存在するが、三主応力制御試験では要素の実測可能個数は $3 \times 3 = 9$ 個に限られる。弾性体の場合 $[C_{ij}] \cdot [S_{ij}] = [I]$ となるが、一般には C_{ij} は必ずしも S_{ij} の逆数とはならない。 3-1 コンプライアンス 9個の各要素 C_{ij} は、各繰返し回数ごとについて、回帰分析で求めた。図-1をみると、繰返し回数に対して C_{ij} は不規則な変動を示すことが分かる。このことは繰返し応力（応力制御）に対して、復元主ひずみの実測値が、塑性変形の増大（粒子間の変形）²⁾回数 N の増加につれて変動することに関連している。 3-2 スティフネス この実験は応力制御で行っているので、応力が独立変数、ひずみは従属変数となり、厳密に言えば、回帰分析で S_{ij} を求めることは妥当ではない。しかし、多くの実験でスティフネスに相当する変形係数を求めているので、ここで S_{ij} を計算しておくことは無意味ではない。図-2は、要素 S_{ij} と回数 N の関係を示したものである。 C_{ij} と同様に N の増加につれて変動がみられ、

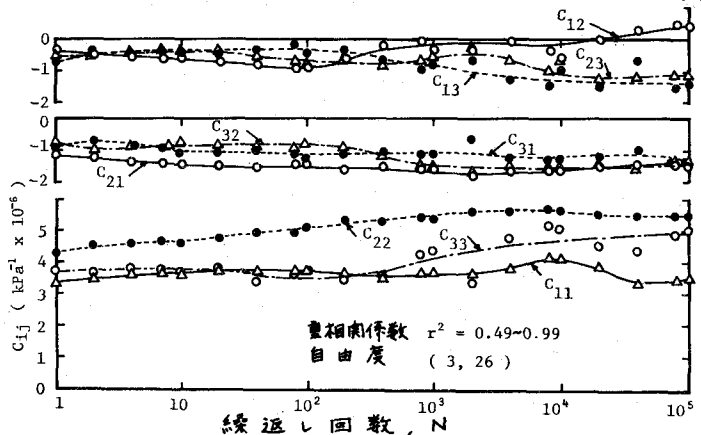


図-1 繰返し回数に対するコンプライアンスの変化

主対角要素は他の要素より大きな値を示している。

4 擬等方性材料としての弾性定数

材料が完全等方性でない場合、近似的理論として C_{ij} あるいは S_{ij} から実用的弾性定数 K , G , E を計算する方法は2通りある。下記のようなReuss (均一応力分布の仮定) と Voigt (均一ひずみ分布の仮定) の方法である³⁾。 C_{ij} と S_{ij} は図-1と2のように変動するので、平均値を用い、また、この実験装置ではせん断応

力を直接載荷できないので、 $C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$ と仮定 (S_{ij} も同様) して計算した。得られた結果は次のようである。 K を除く $R_R = 144 \text{ MPa}$, $R_V = 130 \text{ MPa}$, $G_R = 175 \text{ MPa}$, $G_V = 64 \text{ MPa}$ と G と E の値は両方法で $E_R = 374 \text{ MPa}$, $E_V = 165 \text{ MPa}$ かなりの差があり、Reuss による値の方が大きい。

材料の真の値は両方法の中間にあるといわれる³⁾ (完全等方の場合一致する)。

5 応力依存異方性の検討

繰返し荷重を受けることによる異方性と中間主応力による影響を調べる目的で、 $\zeta = -1$ と $+1$ の場合における C_{ij} 要素の検討を行った。この条件では④と⑤式のように各要素は独立には求まらない。そこで、⑥~⑨式のようなパラメータを用い、マトリックスの

対称性と異方性を $\zeta = -1$ ($\sigma_2 = \sigma_3$)

調べた結果が図-3である。この図

から各パラメータは完全に1とならず(等方性を示さず)、

特にパラメータ A は回数 N による、 y 増減がみられ応力依存異方性と中間主応力の影響の存在がうかがえる。

6 まとめ

三主応力制御の三軸装置によって、復

元ひずみに関する C_{ij} と S_{ij} を実現した。結果をまとめると、(1) 繰返し回数による弾性定数の変動が認められ、この原因には、土粒子相互が相対変位するときの挙動、応力依存異方性、応力経路、測定誤差などの影響が考えられる。(2) Reuss の方法で求めた K , G , E は、Voigt による値より大きく、差もかなり大きい。計算過程で仮定が入っているが、応力制御試験であることを考えると信頼できる真の値はReussの値に近いと考えられる。

(3) 各 C_{ij} 要素の異方性のパラメータの比較から、僅かながら繰返し応力依存の異方性が認められた。

参考文献: 1) Makiuchi, K. and B. Shackel (1976): Soil Characterisation Using a Repeated Loading Cubical Triaxial Apparatus, Proc. 8th Conf. Aust. Road Res. Board. 2) Shackel, B. and K. Makiuchi (1977): Three-Dimensional Deformation Laws for a Sand-Clay, Proc. 9th Inter. Conf. on SMFE, Vol. 1, pp. 295-300. 3) Huntington, H. B. (1958): The Elastic Constants of Crystals, Academic Press, Inc..

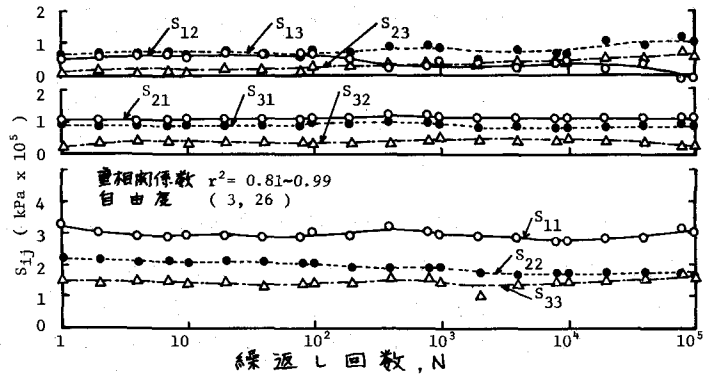


図-2 繰返し回数に対するスティフネスの変化

Reuss's method:	Voigt's method:
$1/R_R = 3(F' + 2G')$	$\bar{K}_V = (F + 2G)/3$
$1/G_R = (4F' - 4G' + 3H')/5$	$\bar{G}_V = (F - G + 3H)/5$
$1/E_R = (3F' + 2G' + H')/5$	$\bar{E}_V = (F - G + 3H)(F + 2G)/(2F + 3G + H)$
$F' = (C_{11} + C_{22} + C_{33})/3$	$F = (S_{11} + S_{22} + S_{33})/3$
$G' = (C_{12} + C_{23} + C_{13})/3$	$G = (S_{12} + S_{23} + S_{13})/3$
$H' = (C_{44} + C_{55} + C_{66})/3$	$H = (S_{44} + S_{55} + S_{66})/3$

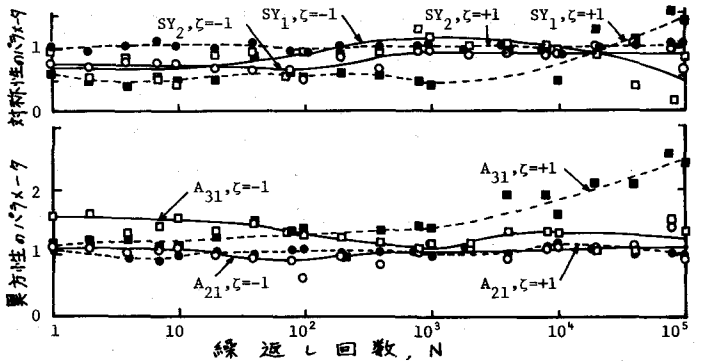


図-3 繰返し回数に対する異方性とマトリックス対称性の変化

$\zeta = -1$ ($\sigma_2 = \sigma_3$)	$\zeta = +1$ ($\sigma_1 = \sigma_2$)
$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} + C_{13} \\ C_{21} & C_{22} + C_{23} \\ C_{31} & C_{32} + C_{33} \end{bmatrix} \dots \text{④}$	$\begin{bmatrix} C_{11} + C_{12} & C_{13} \\ C_{21} + C_{22} & C_{23} \\ C_{31} + C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \dots \text{⑤}$
$\left. \begin{aligned} SY_1 &= \frac{C_{12} + C_{13}}{C_{21} + C_{31}} \\ SY_2 &= \frac{C_{22} + C_{23}}{C_{32} + C_{33}} \end{aligned} \right\} \zeta = -1 \dots \text{⑥}$	$\left. \begin{aligned} A_{21} &= \frac{(C_{22} + C_{23}) - C_{21}}{C_{11}} \approx \frac{C_{22}}{C_{11}} \\ A_{31} &= \frac{(C_{32} + C_{33}) - C_{31}}{C_{11}} \approx \frac{C_{33}}{C_{11}} \end{aligned} \right\} \zeta = -1 \dots \text{⑧}$
$\left. \begin{aligned} SY_1 &= \frac{C_{13} + C_{23}}{C_{31} + C_{32}} \\ SY_2 &= \frac{C_{11} + C_{12}}{C_{21} + C_{22}} \end{aligned} \right\} \zeta = +1 \dots \text{⑦}$	$\left. \begin{aligned} A_{21} &= \frac{(C_{21} + C_{22})}{(C_{11} + C_{12})} \approx \frac{C_{22}}{C_{11}} \\ A_{31} &= \frac{C_{33}}{(C_{11} + C_{12}) - C_{13}} \approx \frac{C_{33}}{C_{11}} \end{aligned} \right\} \zeta = +1 \dots \text{⑨}$