

III-11 周期荷重を受ける乱したシラス地盤の応力解析

宮崎大学工学部 正員 ○横田 漢
同 正員 藤本 康

1. まえがき

著者のうちの一人は先に、舗装問題などの動的設計の基本的研究として、円型等分布周期荷重が弾性地盤上の板に作用する場合の地盤応力を求めた¹⁾。しかし、同報告では地盤は単なる弾性体で、 $\lambda = G$ (λ, G : ラムの定数) の場合の解であった。一方、その後乱したシラスの応力、ひずみ関係について一連の研究²⁾を行ってきたが、今回、両研究の部分的結合を試みた。具体的には、シラス地盤上のコンクリートスラブに周期荷重が作用する場合、下記のような種々の仮定のもとにシラス地盤の応力算定を行い、両研究の統一化の可能性について検討を行ったものである。

仮定 ①シラス地盤、コンクリートスラブいずれもその動的応力、ひずみ特性を無視し、かつ等方線型弾性体とみなす。②シラス地盤の変形係数は一定とする。具体的には、舗装問題を対象としている α シラス地盤表面より150cm間の平均値を用いる。③コンクリートスラブは曲げ変形のみを考へ、シラス地盤とはなめらかに接する。

2. 解法

(1)基礎式 図-1においてスラブおよび地盤の变形、応力は次式で表わされる³⁾。スラブ: $(\partial^2/\partial r^2 + 1/r \partial/\partial r)^2 \bar{w}_p + \rho_1 H^3 \partial^2 \bar{w}_p / \partial t^2 = \{ \bar{q}(r,t) - \bar{R}(r,t) \} / D$ (1)

地盤:

$$\begin{aligned} w &= \int_0^\infty \left[A_0 \frac{\alpha}{k^2} e^{-\alpha z_2} - C_0 \frac{k^2}{f^2} e^{-\beta z_2} \right] H_0^{(2)}(kr) dk \cdot e^{i\rho t} \\ \sigma_z &= \int_0^\infty \left[A_0 \frac{-2k^2 + f^2}{k^2} e^{-\alpha z_2} + 2C_0 \frac{\beta k^2}{f^2} e^{-\beta z_2} \right] H_0^{(2)}(kr) dk \cdot e^{i\rho t} \\ \tau_{rz} &= \int_0^\infty \left[A_0 \frac{2\alpha}{k^2} e^{-\alpha z_2} - C_0 \frac{k^2 + \beta^2}{f^2} e^{-\beta z_2} \right] \frac{\partial H_0^{(2)}(kr)}{\partial r} dk \cdot e^{i\rho t} \\ \tau_{z\theta} &= 0 \end{aligned} \quad \text{----- (2)}$$

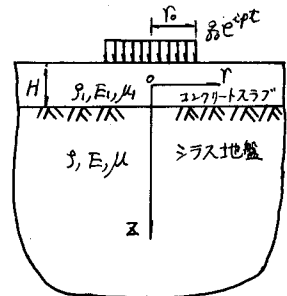


図-1

ここに

$\bar{w}_p$: スラブのたわみ, $\bar{q}(r,t)$: 荷重, $\bar{R}(r,t)$: 地盤反力, $D = E H^3 / 12(1-\mu^2)$, H : スラブ厚

E, μ : スラブの弾性係数, ポアソン比

$$k^2 = \alpha^2 + \beta^2 = \rho^2 + f^2, \quad \alpha = \rho/\nu_L, \quad \beta = \rho/\nu_T, \quad z_2 = z - \frac{H}{2}, \quad \nu_L = \sqrt{(G+2G)/\rho}, \quad \nu_T = \sqrt{G/\rho}$$

なお、上式において $z_2 \rightarrow \infty$ のとき変位、応力が0または進行波に限られるので、 α, β は正の実数かまたは正の虚数を意味する。

(2)連続条件および地盤応力 σ_z スラブと地盤との接触面 ($z_2 = 0$) にて次のような連続条件式を考える。

$$\bar{w}_p = [w]_{z_2=0}, \quad [\sigma_z]_{z_2=0} + \bar{R}(r,t) = 0, \quad [\tau_{rz}]_{z_2=0} = 0 \quad (3)$$

また、荷重 $\bar{q}(r,t)$ を Fourier-Bessel 積分表示すれば $\bar{q}(r,t) = \rho_0 \int_0^\infty J_1(kr_0) J_0(kr) dk \cdot e^{i\rho t}$ (4)

いま、スラブ、地盤は定常運動を行、ているとし、 $\bar{w}_p = w_p(r) \cdot e^{i\rho t}$, $\bar{R}(r,t) = R(r) \cdot e^{i\rho t}$ (5)

以上、式(1)~(5)より地盤応力は求まり、次式で表わされる。

$$\sigma_z = \rho_0 \int_0^\infty F(s) ds \cdot e^{i\rho t}, \quad F(s) = \frac{12(1-\mu^2)}{E} \bar{q}_0 \frac{\Omega(s)}{K(s)} J_1(s \rho_0) J_0(s z) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} \quad K(s) &= \varepsilon^2 \nu^2 s^4 - 6(1-\mu) \frac{G}{\rho} \nu^2 s^2 \nu - 6(1-\mu) \frac{G}{\rho} \{ (2s^2-1)^2 - 4\nu \nu' s^2 \} \\ \Omega(s) &= (2s^2-1)^2 \exp(-\nu \bar{z}_2) - 4\nu \nu' s^2 \exp(-\nu' \bar{z}_2), \quad \nu = (s^2 - \rho^2)^{1/2}, \quad \nu' = (s^2 - 1)^{1/2} \\ s &= k/f, \quad \varepsilon = a_0/R_0, \quad a_0 = r_0/f, \quad R_0 = r_0/H, \quad \bar{z}_2 = \varepsilon z_2, \quad \bar{z}_1 = z_1/H \end{aligned}$$

(iii) シラス地盤の変形係数 前述²⁾の応力、ひずみ関係式、すなわち

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_{oct} \\ d\gamma_{oct} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 & f_2 \\ R_1 & R_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{oct} \\ d\tau_{oct} \end{Bmatrix} \dots (7)$$

を利用する。本研究では等方線型弾性体を対象にしているので、

式(7)において、 f_1 と R_2 の初期一定値を用いなければならない。その数値例は後述する。なお $K = \frac{1}{3}f_1$ 、 $G = \frac{1}{6}R_2$ として変形係数は求まる。(K: 体積弾性係数)

3. 算例

(i) スラブについて 鉄筋コンクリートスラブを例にとり、用いた諸定数は次の通りである。

$$E_1 = 1.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad f_1 = 2.3 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2, \quad \mu_1 = \frac{1}{6}, \quad H = 30 \text{ cm}$$

(ii) シラス地盤について f_1, R_2 に関して次式を用いる²⁾

$$\epsilon_{oct} = 0.00256 \sigma_{oct}, \quad (8) \quad \gamma_{oct} = 0.0113 \tau_{oct} / \sigma_{oct} \quad (9)$$

式(8)からKは求まるが、式(9)からはGが求まらない。 σ_{oct} が不明だからである。従って、 σ_{oct} を近似的に一定値として表現しなければならない。ここでは次のように考えて一定値とみなした。

$$\sigma_{oct} = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 = \sigma_1(1 + 2K_0)/3 = (p_0 + \gamma_e z_2)(3 - 2\sin\phi')/3 \quad (10)$$

ここに、 $K_0 = 1 - \sin\phi'$, $\sigma_1 = p_0 + \gamma_e z_2$ (p_0 : スラブ死荷重による σ_1 , γ_e : シラスの単位重量)

$$\text{式(10)を式(9)に代入すれば} \quad G = (p_0 + \gamma_e z_2) \times (3 - 2\sin\phi') / 3 \times 0.0113 \quad (11)$$

式(11)で表されるGは当然、深さ方向に変化する。一方、波動方程式の解である式(2)はGが一定の場合である。

ここでは、仮定②に基づいてGを平均化した。なお、 $\rho = 1.6 \times 10^3 \text{ kg/cm}^3$, $\phi' = 44.30^\circ$ である。

(iii) シラス地盤応力 以上の諸定数のもとで荷重半径 $r_0 = 25 \text{ cm}$ および種々の f ($p = 2\pi f$)について $z_2 = 0, 50, 100, 150 \text{ cm}$ の深さにおける荷重中心点 ($a=0$)の応力を求めれば次の通りである。

式(6)の被積分関数 $\bar{F}(s)$ は表-1に示すように極 s_R を有している場合がある。この場合は $\bar{F}(s)$ の無限遠の条件も含めて、図-2に示す積分路を選ばなければならない。³⁾そのとき、式(6)の積分は

$$G_2 = \text{vp} \int_0^\infty \bar{F}(s) ds - i\pi \text{Res} \{ \bar{F}(s); s_R \}$$

ここに、 $\text{vp} \int_0^\infty$: Cauchyの主値, Res : 留数の形で表わされ、上式の数値計算の結果を $[G_2]_{s=0} = g_0(g_1 + i g_2) e^{i p t} = g_0 \sqrt{g_1^2 + g_2^2} e^{i(p t - \theta)}$ と表現し、図-3に示す。(極を有しない場合も上式の形となる)

任意時間関数荷重をFourier級数で展開すれば、図-3(2)任意荷重を受ける地盤応力の基本解とみるものである。

4. むすび

種々の仮定のもとでシラス地盤応力を算出したが、鋪装問題に適用するにはその他に問題が残っている。例えば、路盤特性を無視している点である。これについては今後研究してゆきたい。

(参考文献)

- 1) 磯田, 知藏; 富大工学部研究報告第19号, pp65~69, 昭和48年8月
- 2) 磯田, 磯田, 藤本; 富大工学部研究報告, 第24号, pp11~19, 昭和53年9月
- 3) 金井, 田岩忠, 森田也; 地震工学, pp93~95, 彰国社, 昭和43年11月

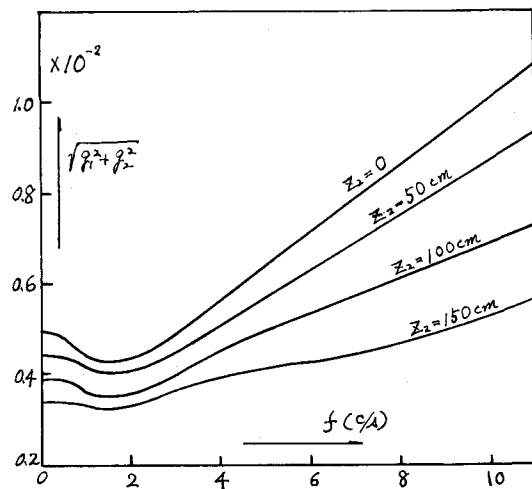


図-3

表-1

f	s_R
0.2	1.053348896
0.4	1.050442887
0.8	1.023046210

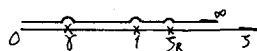


図-2