

九州大学工学部 正会員 橋本 武
九州大学工学部 学生員 小川 健男

1. 緒言

鋼アーチ支保工の解析において、常に問題となるのは、図-1に示すような、H型钢を接合する継手の力学的解釈である。従来の慣用計算法では、支保工を剛性一様なリンクとして処理し、継手の影響を無視している。しかし、実際には、リンクをボルト接合する場合、継手部分において、剛性が他の区間に比べて低下せざるを得ないため、リンクを剛性一様と認めるには問題がある。したがって、著者らは、継手を剛結合とヒンジの中間に位置づけ、継手が曲げモーメントに比例して回転するような不完全剛結であるとして、近似解析を行ない、その結果はすでに公表したところである¹⁾。しかし、この不完全剛結理論においては、継手降伏後、継手部を完全ヒンジとして取り扱っているため、降伏後の支保工の挙動は、実際とはかなりくい違ったものとなり、継手部の挙動及び支保工の終局耐力を説明する理論としては、なお不十分である。そこで、本研究では、継手部を一つの要素として分割し、接合ボルトの弾塑性を考慮した弾塑性ヒンジモデルとして、より厳密なアーチ支保工の解析を行なうことを企図し、その特質を明らかにせんとするものである。

2. 弾塑性ヒンジモデルの剛性方程式

図-2

通常使用される支保工においては、継手部は、図-1のように5mm以上の余裕を残して結合されるが、その場合、両端プレートとの交点すなわち回転中心は存在しないものと考えられ、力の伝達はボルトによってのみ行なわれる。しかし、余裕のない場合は回転中心が存在し、解析はより複雑なものとなる。したがって、本研究では、まず、余裕のある場合のみを取り扱い、剛性方程式を誘導する。

図-2は継手部が外力を受けた時の状態である。中立軸よりボルトへの距離を h_0 とすると、ボルトに働く力と中立軸に働く力との関係は式(1)で与えられる。

$$\begin{aligned} S_{ij} &= A \bar{S}_{ij} \quad \text{ここに} \quad S_{ij} = \begin{Bmatrix} S_i \\ S_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & Q_i & M_i/l_0 & N_j & Q_j & M_j/l_0 \end{bmatrix}^T \\ \bar{S}_{ij} &= \begin{Bmatrix} \bar{S}_i \\ \bar{S}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{X}_i & \bar{Y}_i & \bar{M}_i/l_0 & \bar{X}_j & \bar{Y}_j & \bar{M}_j/l_0 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -h_0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

又、ボルトの変形のうち、せん断変形の影響は小さいものとするれば、ボルトの両端に作用する力と変形量は、弾性範囲では周知の次式で与えられる。

$$S_{ij} = k u_{ij} \quad \text{ここに} \quad u_{ij} = \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i & v_i & l_0 \theta_i & u_j & v_j & l_0 \theta_j \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$k = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} \alpha_n & 0 & 0 & -\alpha_n & 0 & 0 \\ 12 & -6\epsilon & 0 & -12 & -6\epsilon & 0 \\ 4\epsilon^2 & 0 & 6\epsilon & 2\epsilon^2 & 0 & 0 \\ \text{SYM.} & \alpha_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4\epsilon^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \alpha_n = \frac{Al^2}{I} \quad \epsilon = l$$

さらに、Plateを剛板とすれば、中立軸の変位($\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{\theta}_i$)とボルト端の変位(u_i, v_i, θ_i)との関係は、図-3のようになり、次式で与えられる。

$$\bar{u}_i = u_i - h_0 \sin \theta_i, \quad \bar{v}_i = v_i - h_0 \cos \theta_i, \quad \bar{\theta}_i = \theta_i$$

ここで、変形は微小で $\theta \ll 1$ が仮定できるものとすれば、 $\sin \theta_i \approx \theta_i$, $\cos \theta_i \approx 1$ であるから上式より

$$u_{ij} = B \bar{u}_{ij} \quad (3)$$

$$\text{ここに } \bar{u}_{ij} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{\theta}_i \end{Bmatrix}$$

$$= [\bar{u}_i \quad \bar{v}_i \quad l_0 \bar{\theta}_i \quad \bar{u}_j \quad \bar{v}_j \quad l_0 \bar{\theta}_j]^T$$

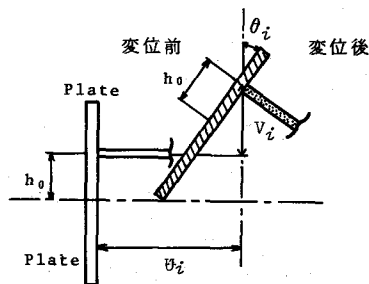


図 - 3

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & h_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & h_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式(1),(3)を式(2)に代入すれば

$$A \bar{S}_{ij} = k B u_{ij}, \quad \text{これより } \bar{S}_{ij} = A^{-1} k B \bar{u}_{ij}$$

ここに $l_0 = h_0 / l_0$ として

$$A^{-1} k B = \bar{k} = \begin{Bmatrix} \bar{k}_{ii} & \bar{k}_{ij} \\ \bar{k}_{ji} & \bar{k}_{jj} \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} \alpha_n & 0 & \alpha_n l_0 & -\alpha_n & 0 & -\alpha_n l_0 \\ 12 & -6\epsilon & 0 & -12 & -6\epsilon & 0 \\ 4\epsilon^2 + \alpha_n l_0^2 & -\alpha_n l_0 & 6\epsilon & 2\epsilon^2 - \alpha_n l_0 & 0 & 0 \\ \text{SYM.} & \alpha_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4\epsilon^2 + \alpha_n l_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

上式がボルト接合要素の弾性剛性方程式である。

次に、ボルト降伏後の塑性状態における剛性マトリックスは、通常の塑性流れの理論より導くことができる。降伏関数としては、ボルト断面を円形とみなし、 $F = |M/M_p| - 1.47(1 - |N/N_p|)$ を用いるものとする。この時ボルト両端に働く力 S_{ij} と変位 u_{ij} との関係は次式で与えられる。

$$S_{ij} = k^p u_{ij} \quad \text{ここに } k^p = k - k^{pp} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{ii}^{pp} & k_{ij}^{pp} \\ k_{ji}^{pp} & k_{jj}^{pp} \end{bmatrix} \quad (4)$$

一例として、i端降伏時における k^{pp} は式(5)で表わされる。

$$\begin{aligned} k_{ii}^{pp} &= \frac{k_{ii} \phi_i \phi_i^T k_{ii}}{\lambda} & k_{ij}^{pp} &= \frac{k_{ii} \phi_i \phi_i^T k_{ij}}{\lambda} & \lambda &= \phi_i^T k_{ii} \phi_i \\ k_{ji}^{pp} &= \frac{k_{ji} \phi_i \phi_i^T k_{ji}}{\lambda} & k_{jj}^{pp} &= \frac{k_{ji} \phi_i \phi_i^T k_{jj}}{\lambda} & \phi_i^T &= \left[\frac{\partial F}{\partial N_i} \quad 0 \quad \frac{\partial F}{\partial M_i} \right] \\ & & & & &= [1.47/N_p \quad 0 \quad 1/M_p] \end{aligned} \quad (5)$$

ボルト接合要素の塑性状態の剛性方程式は、弾性時の場合と同様に導けばよい。すなわち、式(4)に式(1)及び式(3)を代入することにより与えられる。〔式(6)〕

$$A \bar{S}_{ij} = k^p B \bar{u}_{ij} \quad \text{より } \bar{S}_{ij} = A^{-1} k^p B \bar{u}_{ij} \quad (6)$$

なお、本モデルを用いた支保工の終局耐力については、結果が得られたい公表の予定である。

参考文献

1) 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集第3部 PP408~409