

## II-7 地盤の履歴および遅散減衰の分析について

熊本大学工学部 正員 秋吉 卓  
熊本大学工学部 学生員 古賀淳一  
熊本大学工学部 学生員 大塚茂広

1. まえがき 動的な荷重の作用する地中あるいは地表面の構造物の設計には、地盤のはね剛性が分っていると便利であるが、通常は静的な地盤係数やばね定数で代用することが多い。最近ようやく離散化地盤に適した境界条件(伝播性境界)がいくつか提案されるに及んで、地中での波動の遅散性を考慮した線形解析が行なえるようになつたが、大変形・大荷重の作用時の非線形・遅散性が同時に考慮された解析は未だ十分ではない。そこで本研究では、地盤の応力-歪関係の非線形性を等価線形化して取扱い、準線形問題に置きかえ地盤の水平複素はね剛性について解析した。加振点より離れた伝播性境界では、上下(鉛直)のせん断ばねのみが降伏することが確められたので、Lysmerらの境界条件を適用して、地盤内の応力の再配分を行なっている。

2. 解析手法 FIG. 1 の内部領域(I)の運動方程式は次式のように書ける。

$$[M]_x \{ \ddot{\psi} \}_x + [K]_x \{ \dot{\psi} \}_x = \{ F \}_x + \{ T \}_L + \{ T \}_R \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここに 添字Iは領域I内の物理量あるいは状態量を表わすものとし、

$[M]_x$ : 質量,  $[K]_x$ : 刚性,  $\{F\}_x$ : 荷重,  $\{\dot{\psi}\}_x$ : 水平(±軸方向)変位であり,  $\{T\}_L$ ,  $\{T\}_R$ : 左右の境界に加えるべき境界力。

なお、復元力RはFIG.2のように履歴性を持つとしているので、一般には(1)式の左辺第2項のような形に書き表わせないが、本研究では定常調和振動をしている時に、復元力R'は等価粘性減衰係数  $C_e$  および等価ばね係数  $k_e$  でもって次式のように表わせると仮定している;

$$R' = C_e \delta + k_e \delta = [i\omega C_e(\delta_0) + k_e(\delta_0)] \delta_0 \exp(i\omega t) \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

ここに  $\delta$ ,  $\dot{\delta}$ : 相対変位, 相対速度であり,  $\delta_0$ : 相対変位振幅である。

$$\left. \begin{aligned} C_e &= \frac{4}{\pi \omega} k_i \left(1 - \frac{k_x}{k_i}\right) \frac{\delta_0}{\delta_0} \left(1 - \frac{\delta_0}{\delta_0}\right) \text{LT}(\delta_0 - \delta_0) \\ k_e &= k_i - k_i \left(1 - \frac{k_x}{k_i}\right) \left(1 - \frac{\delta_0}{\delta_0}\right) \text{LT}(\delta_0 - \delta_0) \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

ただし,  $\text{LT}(\cdot)$  は step function である。

そこで (1)式を定常調和振動の形に書き直すと

$$(-\omega^2 [M]_x + [K]_x + [L] + [R]) \{ \bar{\psi}(i\omega) \}_x = \{ \bar{F}(i\omega) \}_x \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

ここに,  $[L]$ ,  $[R]$ : 左右境界での境界マトリックスであり, 次式で与えられる。

$$[L] = [A]_L [Q]_L [H]_L [Q]_L^T [A]_L^T, [R] = [A]_R [Q]_R [H]_R [Q]_R^T [A]_R^T \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} k_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & k_{n_n} \end{bmatrix} = [k]_H, [H] = \begin{bmatrix} 1 - \exp(i\omega a) & & \\ & \ddots & \\ & & 1 - \exp(i\omega a) \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} -i\omega a & & \\ & \ddots & \\ & & -i\omega a \end{bmatrix}, (0 < a \ll 1 \text{ と想定}) \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

であり,  $[k]_H$  はせん断応力  $T_{xz}$  より得られるせん断ばね剛性, また  $[H]$ ,  $[Q]$  は波数とエーデルマトリックスであり, 地盤全体が一様な自由せん断振動をしている状態で得られる。すなわち, ある行列目の柱状地盤について

$$[M]_h \{ \ddot{\psi} \}_h + \{ T \}_h = \{ 0 \} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

ここに  $\{ T \}_h$  は  $T_{zz}$  に相当する復元力であり,  $x$  の正方向への伝播に対して  $\{ \dot{\psi} \}_h = \{ \psi \}_{h-1} \cdot \exp(-i\omega a)$  とする

$$\{ T \}_h = [k]_v \{ \psi \}_h + [k]_w (2\{ \psi \}_h - \{ \psi \}_{h-1} - \{ \psi \}_{h+1}) = [k]_v \{ \psi \}_h + [2 - \exp(i\omega a) - \exp(-i\omega a)] [k]_w \{ \psi \}_h$$

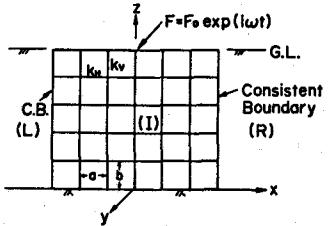


FIG. 1 FINITE DYNAMIC MODEL

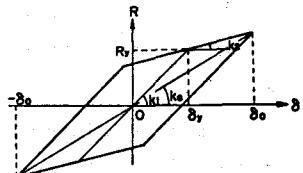


FIG. 2 BILINEAR STRESS-STRAIN CURVE

$$\cong [k]_v + (\omega a)^2 [k]_h \{4\}_h$$

ただし、 $[k]_v$  はせん断応力  $\tau_{xy}$  より得られるせん断ばね剛性で、 $[k]_v = \begin{bmatrix} k_x + k_{xz} & -k_x \\ -k_x & k_x + k_{yz} & -k_y \\ -k_y & -k_z & k_y + k_z \end{bmatrix}$  (8)

(8)式を(7)式に代入して整理すると、次の波数と固有モードに関する方程式をうる。

$$([C] - (\omega a)^2 [A]) \{4\}_h = \{0\} \quad (10)$$

$$\text{ただし, } [C] = \omega^2 [M]_h - [k]_v, \quad [A] = [k]_h \quad (11)$$

(10)式より 波数  $L$   $k_x a, \dots, k_z a$  およびモーダルマトリクス  $[Q] = \{[Q]_1, \dots, [Q]_n\}$  をうるが、FIG. 3 の計算例で見るように、加振点より離れた左右の境界では鉛直方向の応力 ( $\tau_{yy}$ ) のみが降伏し、水平方向の応力 ( $\tau_{xx}$ ) は降伏しないので、線形として計算した時の応力値 (FIG. 2 の復元力) が降伏応力  $R_y$  を越えた場合は等価ばねに置き換えて、全体の応力の再配分を行なえばよいことになる。上記の降伏の違いは、外力の振動数  $\omega$  が地盤の固有振動数 ( $\omega_i = 2.846 \text{ rad/sec}$ , ----) に近いときは、全層一様な共振状態に近づくため、水平方向への伝播が起こりにくくなることによるものと思われる。加振点の周りの地盤には相当大きな力 (あるいは変形) が強制されるので、 $\tau_{yy}, \tau_{xx}$  とともに降伏しやすくなっている。一方基盤面には常時大きなせん断力が働くため、 $\tau_{yy}$  は降伏しやすい状態にあり、建物のベースシャーの関係に類似している。

簡単のため、数値計算例として地表面を点加振した場合を対象にしている。FIG. 4 の(a) は複素ばね  $K = K_1 + iK_2$  の実数部を示しているが、当然のことながら入力レベルに依存している。入力レベル  $F_0$  と降伏応力  $R_y$  の比  $F_0/R_y > 2$  で線形よりの剛たりが顕著に現われ出し、 $K_1$  の低下のため共振点の位置が低周波数側へ移動することが示されている。同図 (b) は  $K$  の虚数部  $K_2$  を示したものであるが、共振点近傍では遮蔽しない波動エネルギーを  $\tau_{yy}$  の履歴特性が消費するため、かなり減衰効果が期待されることが分る。しかし、 $F_0/R_y$  の増大とともに  $K_1$  と同様に  $K_2$  も全般的に低下する傾向にあるが、これは必ずしも減衰効果が低下することではないことは、同図 (c) での位相特性によって示される。一般的には遮蔽のみの場合 (実線) より、遮蔽・履歴の共存の場合 (点線) の方が位相差は大きく、それだけ減衰効果は大きいと考えられる。

何らかの方法で、実地盤での微小振動測定より遮蔽効果を考慮した地盤のはね剛性が算出されたときは、同地盤の土の一面せん断試験での応力-歪履歴曲線の結果と組み合わせることにより、現地盤の大振動時の復元力特性を予測しうることが理論的には可能であることが示された。その他の数値計算結果と考察については講演時に述べる予定である。

参考文献 (1) Lysmer, J. et al., Jour. of EM Div., ASCE, Vol. 95, No. EM4, Aug., 1969, pp. 859-877, (2) Lysmer, J., Bull. of SSA, Vol. 60, No. 1, Feb., 1970, pp. 97-104, (3) Lysmer, J. et al., Jour. of EM Div., ASCE, Vol. 97, No. EM1, Feb., 1972, pp. 95-105, (4) 田治見 宏・下村 義男, 日本建築学会論文報告集, 第 243 号, 1975. 5, pp. 41-51, (5) Kaesel, E. et al., Jour. of EM Div., ASCE, Vol. 103, No. EM 4, Aug., 1977, pp. 569-598, (6) Akiyoshi, T., Jour. of EM Div., ASCE, Vol. 104, No. EM 5, Oct., 1978, pp. 1253-1268

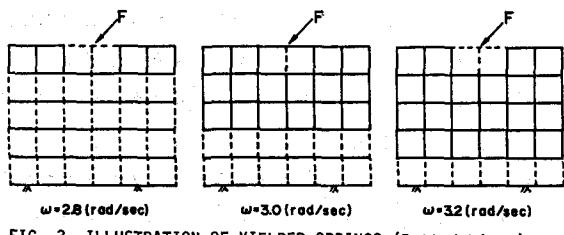


FIG. 3 ILLUSTRATION OF YIELDED SPRINGS (Dotted Lines)  
( $\omega = 2.846 \text{ rad/sec}$ ) ( $F_0/R_y = 3$ )

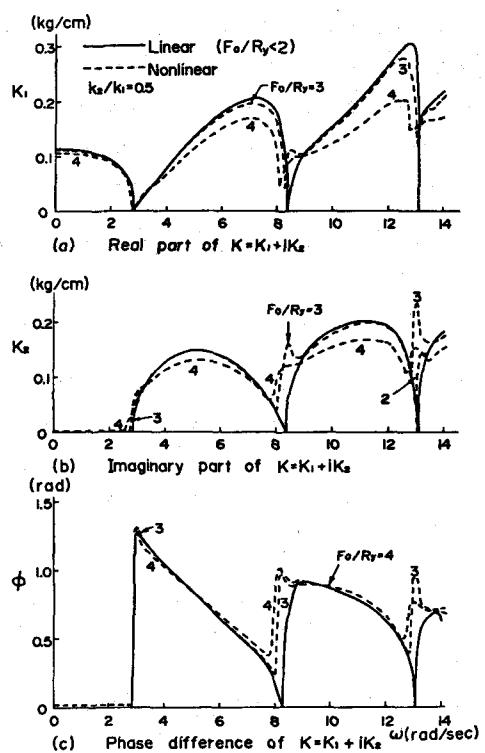


FIG. 4 COMPLEX STIFFNESS OF SOIL